**Завдання для самостійної роботи 1**

Для наступних задач лінійного програмування треба:

*А*) Скласти математичну модель задачі.

1.

Під час виготовлення продукції двох видів $П_1$ і $П_2$ використовується чотири види сировини: $C_1$, $C_2$, $C_3$ і $C_4$, умовні одиниці запасів якої та норми її витрат для випуску одиниці продукції наведено в таблиці А1. Прибуток від реалізації одиниці продукції $П_1$ дорівнює 7 ум. од., а для $П_2$ – 5 ум. од. Скласти такий план випуску продукції, який забезпечує максимальний прибуток від її реалізації.

Таблиця А1

| Сировина | Продукція | | Запаси сировини |
|---|---|---|---|
| | $П_1$ | $П_2$ | |
| $C_1$ | 2 | 8 | 19 |
| $C_2$ | 2 | 1 | 13 |
| $C_3$ | 0 | 3 | 15 |
| $C_4$ | 3 | 0 | 18 |
| Прибуток від реалізації одиниці продукції | 7 | 5 | |

2.

Для надання двох видів послуг $П_1$ і $П_2$ використовується обладнання трьох видів *A, B, C*. . Норми витрат часу і загальний фонд робочого часу кожного з типів обладнання, а також економія сировини, яка припускається при наданні послуги за новою технологією (у %) наведено в таблиці А2. Скласти такий план надання послуг $П_1$ і $П_2$ , який забезпечує максимальну економію сировини.

Таблиця А2

| Тип обладнання | Послуги | | Загальний фонд робочого часу (верст.-год) |
|---|---|---|---|
| | $П_1$ | $П_2$ | |
| *A* | 1 | 1 | 6 |
| *B* | 3 | 10 | 26 |
| *C* | 1 | 11 | 20 |
| економія сировини (%) | 1 | 2 | |

3.

Під час виготовлення двох видів будівельних конструкцій використовується два сорти цементу, запаси якого дорівнюють відповідно 17 і 21 ум. од. і вартість одиниці кожної з них відповідно дорівнює 4 і 3 ум. од. Визначити, яку кількість конструкцій кожного виду треба виготовити, щоб сумарний прибуток від її реалізації був максимальним, якщо виготовлення одиниці конструкції 1-го типу потребує 1 ум. од. цементу 1-го сорту та 2 ум. од. – 2-го сорту, а для виготовлення одиниці конструкції 2-го типу необхідно 2 ум. од. цементу 1-го сорту та 1 ум. од. 2-го сорту.

4.

Для виготовлення залізобетонних конструкцій двох типів $П_1$ і $П_2$, вартість одиниці яких дорівнює 25 та 15 ум. од. відповідно, використовуються металеві конструкції трьох типів: $К_1$, $К_2$ та $К_3$. Запаси конструкцій кожного типу на виробництві дорівнюють відповідно 40, 65 та 80 ум. од. Для виготовлення одиниці конструкції $П_1$ необхідні 2 ум. од. конструкцій типу $К_1$, 3 ум. од. – типу $К_2$ і 4 ум. од. – типу $К_3$, а для виготовлення одиниці конструкції $П_2$ необхідні 1 ум. од. конструкцій типу $К_1$, 2 ум. од. – типу $К_2$ і 2 ум. од. – типу $К_3$. Скласти такий план випуску залізобетонних конструкцій, який би забезпечив підприємству максимальний прибуток.

5.

На обладнанні, яке є на підприємстві, за зміну можна виготовити або 400 виробів типу $П_1$, або 100 виробів типу $П_2$, вартість одиниці кожного з яких відповідно дорівнює 18 та 54 ум. од. Скласти такий план випуску продукції, який би забезпечив максимальний прибуток, якщо цех фарбування може за зміну обробити не більш ніж 300 виробів будь-якого типу (вважається, що вироби можуть виготовлятися одночасно).

6.

Для виробництва двох типів бетонних сумішей $Б_1$ і $Б_2$ використовується сировина, яку добувають у трьох кар’єрах $С_1$, $С_2$ і $С_3$, потужність яких відповідно дорівнює 34, 42 і 60 ум. од. Виготовлення 1 ум. од. бетонної суміші $Б_1$ потребує 3 ум. од. сировини з кар’єру $С_1$, 1 ум. од. сировини - з $С_2$ та 4 ум. од. сировини – з $С_3$. Для бетонної суміші $Б_2$ ці показники дорівнюють, відповідно, 1, 4 і 5 ум. од. Скласти такий план випуску бетонних сумішей, який забезпечує максимальний прибуток, якщо 1 ум. од. $Б_1$ коштує 3 ум. од., а $Б_2$ – 5 ум. од.

7.

Завод залізобетонних конструкцій виготовляє продукцію двох типів $Б_1$ і $Б_2$, при цьому за добу він виготовляє або 40 примірників типу $Б_1$, або 60 – типу $Б_2$. Цех транспортування може вивезти тільки 80 одиниць продукції будь-якого типу. Скласти такий план випуску продукції, який би забезпечив максимум прибутку, якщо одна конструкція $Б_1$ коштує 25 ум. од., а одна конструкція $Б_2$ – 18 ум. од.

8.

Для виробництва двох видів виробів *A* і *B* підприємство використовує три види сировини. Норми витрат сировини кожного виду на виготовлення одного виробу *A* і *B*, загальна кількість сировини кожного виду, яка може бути використана підприємством, та економія енергоресурсів у кВт/г у процесі використання одного виробу кожного виду у виробництві нових верстатів наведено в таблиці А11. Скласти такий план виробництва виробів *A* і *B,* який забезпечує максимальну економію енергоресурсів у процесі їх виготовлення.

Таблиця А11

| Види сировини | Норми витрат сировини (кг) на один виріб | | Загальна кількість сировини (кг) |
|---|---|---|---|
| | А | В | |
| 1 | 12 | 4 | 300 |
| 2 | 4 | 4 | 120 |
| 3 | 3 | 12 | 252 |
| Економія енергоресурсів на один виріб | 30 | 40 | |

9.

Для виготовлення двох видів виробів *A* та *B* використовується токарне, фрезерне та зварювальне обладнання. Витрати часу на обробку одного з виробів, загальний фонд робочого часу для кожного з типів обладнання, а також прибуток від реалізації одного виробу кожного виду наведено в таблиці А3.

Таблиця А3

| Тип обладнання | Затрати часу на обробку одного виду виробу (верстато-годин) | | Загальний фонд робочого часу обладнання (годин) |
|---|---|---|---|
| | *A* | *B* | |
| фрезерне | 2 | 4 | 120 |
| токарне | 1 | 8 | 280 |
| зварювальне | 7 | 4 | 240 |
| Прибуток | 10 | 14 | |

Визначити, скільки виробів кожного виду потрібно виготовити, щоб одержати максимальний прибуток.

10.

Кондитерська фабрика для виготовлення на новому обладнанні двох видів карамелі *А* і *В* використовує три види сировини: цукор, патоку та фруктове пюре. Норми витрат сировини кожного виду ( на виготовлення 1 т карамелі даного виду), її загальна кількість, яка може бути використана фабрикою, а також приріст продуктивності праці на 1 т карамелі даного виду наведено в таблиці А4. Знайти такий план виробництва карамелі, який забезпечує максимальний приріст продуктивності праці на новому обладнанні.

Таблиця А4

| Види сировини | Норми витрат (т) на 1 т карамелі | | Загальна кількість сировини (т) |
|---|---|---|---|
| | А | В | |
| цукор | 0,8 | 0,5 | 800 |
| патока | 0,4 | 0,4 | 600 |
| фруктове пюре | - | 0,1 | 120 |
| Приріст продукції на 1 т сировини (%) | 108 | 112 | |

11.

Цех виробляє печиво двох ґатунків: *А* і *В*. Для виготовлення тіста використовуються цукор та борошно. На одну товарну одиницю печива виду *А* використовується 5 т цукру та 2 т борошна. Добова норма витрат цукру не повинна перевищувати 20 т. Для виготовлення аналогічної партії печива виду *В* використовується 6 т цукру та 12 т борошна. Добова норма борошна не повинна перевищувати 72 т. Прибуток від реалізації 1 т печива виду *А* дозволяє виплатити заробітну платню 8-ми працівникам, а від реалізації 1 т печива виду *В* – 6-ом працівникам. Визначити план виробництва печива двох видів для виплати заробітної платні максимальній кількості працівників (для визначення максимально можливого персоналу цеху).

12.

Є три види сировини *А*, *В* і *С*, які використовуються для виробництва двох видів продукції $П_1$ і $П_2$. У розпорядженні знаходиться 500 одиниць сировини виду *А*, 750 одиниць сировини виду *В* і 200 одиниць сировини виду *С*. Продукція $П_1$ виготовляється з однієї одиниці сировини *А* і двох одиниць сировини *В*. Продукція $П_2$ виготовляється із двох одиниць сировини *А*, однієї одиниці сировини *В* і однієї одиниці сировини *С*. Одна одиниця продукції $П_1$ дозволяє отримати 4 одиниці нової продукції в суміжному виробництві, а одна одиниця продукції $П_2$ – 5 одиниць нової продукції. Скільки одиниць кожної продукції треба виробити для максимального виробництва нової продукції в суміжному виробництві?

13.

На виготовлення двох видів продукції $П_1$ і $П_2$ витрачається три види ресурсів – $A_1$ , $A_2$ , $A_3$ . Запаси ресурсів, норми їх витрат і прибуток від реалізації одиниці продукції наведено в табл. А5. Знайти такий план виробництва, який би забезпечував найбільший прибуток підприємству.

Таблиця А5

| Види ресурсів | Продукція | | Запаси ресурсів |
|---|---|---|---|
| | $П_1$ | $П_2$ | |
| $A_1$ | 1 | 2 | 800 |
| $A_2$ | 6 | 2 | 2400 |
| $A_3$ | 0 | 2 | 640 |
| Прибуток від реалізації одиниці продукції | 10 | 35 | |

14.

Для виготовлення різних виробів *A* і *B* використовується три види сировини. Для виготовлення одного виробу *A* треба потратити сировини першого виду 16 кг, сировини другого виду – 8 кг, сировини третього виду – 5 кг. Для виготовлення одного виробу *B* треба потратити сировини першого виду 4 кг, сировини другого виду – 7 кг, сировини третього виду – 9 кг. Виробництво забезпечено сировиною першого виду у розмірі 784 кг, сировиною другого виду – 552 кг, сировиною третього виду – 567 кг. Витрати людино-годин на виготовлення одиниці готового виробу *A* дорівнюють 4 люд.-год, а виробу *B* – 6 люд.-год. Скласти план виготовлення виробів *A* і *B* за умовою максимального використання працівників для забезпечення зайнятості персоналу.

15.

У процесі вирощування двох культур *A* і *B* використовуються 3 види добрив. На вирощування однієї тонни культури *A* треба витратити 9 кг добрив першого виду, 7 кг добрив другого виду , 4 кг добрив третього виду. На вирощування однієї тонни культури *B* ці показники відповідно дорівнюють: 5 кг, 8 кг, 16 кг. Господарство забезпечено добривами першого виду у кількості 1431 кг, другого виду – 1224 кг, третього виду – 1328 кг.

Обидві культури використовуються у вигляді корму на тваринницькій фермі. При цьому кожна тонна культури *A* дає приріст ваги тварин у розмірі 3 кг за добу, а культура *B* – 2 кг за добу. Скласти оптимальний план виробництва культур *A* і *B* для забезпечення на фермі максимального приросту ваги тварин.

16.

На виготовлення двох видів продукції $П_1$ і $П_2$ - витрачається три види ресурсів – $A_1$ , $A_2$ , $A_3$ . Запаси ресурсів, норми їх витрат і прибуток від реалізації одиниці продукції наведено в табл. А6. Знайти такий план виробництва, який би забезпечував максимальний прибуток підприємству.

Таблиця А6

| Види ресурсів | Продукція | | Запаси ресурсів |
|---|---|---|---|
| | $П_1$ | $П_2$ | |
| $A_1$ | 6 | 2 | 2400 |
| $A_2$ | 0 | 3 | 960 |
| $A_3$ | 1 | 2 | 800 |
| Прибуток від реалізації одиниці продукції | 10 | 45 | |

17.

Для виробництва двох видів високопробної неіржавіючої сталі *A* і *B* використовується три види добавок до руди. Для виробництва 1 т сталі виду *A* треба затратити 12 кг добавок першого виду, 10 кг добавок другого виду і 3 кг добавок третього виду. Для виробництва 1 т сталі виду *B* ці показники відповідно дорівнюють: 3 кг, 5 кг, 6 кг. Завод забезпечений добавками першого, другого і третього виду у кількості 684 кг, 690 кг, 558 кг відповідно.

Обидва види сталі використовуються для виробництва нових різців при модернізації виробництва. Економія металу (за рахунок збільшення строку служби нових різців) під час обробки новими різцями на 1 тис. виробів складає 6 т при застосуванні сталі виду *A*, при використанні сталі виду *B* ця економія складає 2 т. Знайти такий план виробництва сталі видів *A* і *B*, який забезпечує максимальну економію металу на виробництві.

18.

Для виготовлення двох видів виробів *A* та *B* використовується три види обладнання – $C_1$, $C_2$, $C_3$. Витрати часу на обробку одного з виробів для кожного з типів обладнання наведено в таблиці А7. У ній же вказані загальний фонд робочого часу кожного з типів обладнання, а також прибуток від реалізації одного виробу кожного виду.

Таблиця А7

| Тип обладнання | Затрати часу на обробку одного виду виробу (ветстато-годин) | | Загальний фонд робочого часу обладнання (годин) |
|---|---|---|---|
| | *A* | *B* | |
| $C_1$ | 2 | 1 | 16 |
| $C_2$ | 1 | 3 | 18 |
| $C_3$ | 3 | 0 | 21 |
| Прибуток від реалізації одного вироба | 2 | 4 | |

Визначити, скільки виробів кожного виду треба виготовити, щоб одержати максимальний прибуток.

19.

Для виготовлення столів та шаф меблева фабрика використовує необхідні ресурси: деревину ($м^2$) першого виду, деревину ($м^2$) другого виду і працеємкість робітника в годину. Норми витрат ресурсів на один виріб даного виду, загальна кількість ресурсів кожного виду, а також площі, які звільнюються (в $дм^2$) на складі деревини кожного виду під час виготовлення одного стола та шафи, наведено в таблиці А8.

Таблиця А8

| Ресурси | Норми витрат ресурсів на один виріб | | Загальна кількість ресурсів |
|---|---|---|---|
| | стіл | Шафа | |
| Деревина ($м^2$) 1 виду | 0,2 | 0,1 | 40 |
| Деревина ($м^2$) 2 виду | 0,1 | 0,3 | 60 |
| Працеємкість(люд. год.) | 1,2 | 1,5 | 371,4 |
| Площа, яка звільнюється при виготовленні одного виробу | 6 | 8 | |

Визначити, скільки треба виготовити столів і шаф, щоб максимально звільнити площу на складі для розміщення нової партії деревини.

20.

Для виробництва двох видів виробів *A* і *B* використовується токарне, фрезерне та шліфувальне обладнання. Норми витрат часу для кожного з типів обладнання на один виріб даного виду, загальний фонд робочого часу кожного з типів обладнання, а також економія металу, яка допускається у процесі обробки за новою технологією (у %) наведено в таблиці А9. Знайти такий план випуску виробів *A* і *B*, який забезпечує максимальну економію металу.

Таблиця А9

| Тип обладнання | Витрати часу (верст.-год.) на обробку одного виробу | | Загальний фонд робочого часу на обладнання (верст.-год.) |
|---|---|---|---|
| | А | В | |
| фрезерне | 10 | 8 | 168 |
| токарне | 5 | 10 | 180 |
| шліфувальне | 6 | 12 | 144 |
| економія металу (%) | 14 | 18 | |