

ТРИГОНОМЕТРІЯ. ЗАГАЛЬНЕ ПОНЯТТЯ І ІСТОРІЯ

Автор: ст. гр. БЦІ-11 Байбуз Владислав Володимирович

Керівник: к. ф.- м. н., проф. Харченко А.П.

Метою даної роботи є вивчення історії тригонометрії і основних питань які вона вивчає.

Тригонометрія - слово грецьке і в буквальному перекладі означає вимір трикутників.

В даному випадку вимір трикутників слід розуміти як рішення трикутників, тобто визначення сторін, кутів і інших елементів трикутника, якщо дано деякі з них.

Виникнення тригонометрії пов'язано з земле виміром, астрономією і будівельною справою.

Вперше способи вирішення трикутників, засновані на залежностях між сторонами і кутами трикутника, були знайдені давньогрецькими астрономами Гиппархом (2 ст. До н .е.) і Клавдій Птолемей (2 ст. Н. Е.). Пізніше залежності між відносинами сторін трикутника і його кутами почали називати тригонометричними функціями.

Значний внесок у розвиток тригонометрії внесли арабські вчені аль-Батанов (850-929) і Абу-ль-Вефа Мухамед-бен Мухамед (940-998), який склав таблиці синусів і тангенсів через $10'$ з точністю до $1/60^4$.

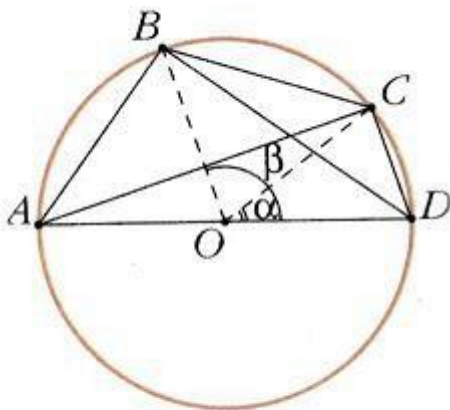
Теорему тангенсів довів Региомонтан (1436-1476). Региомонтан склав також докладні тригонометричні таблиці; завдяки його працям плоска і сферична тригонометрія стала самостійною дисципліною і в Європі.

Подальший розвиток тригонометрія отримала в працях видатних астрономів Миколи Коперника (1473-1543) - творця геліоцентричної системи світу, Тихо Браге (1546-1601) і Йогана Кеплера (1571-1630), а також в роботах математика Франсуа Вієта (1540-1603), який повністю вирішив задачу про визначення всіх елементів плоского або сферичного трикутника за трьома даними.

Починаючи з XVII ст., Тригонометричні функції почали застосовувати до вирішення рівнянь, задач механіки, оптики, електрики, радіотехніки, для опису коливальних процесів, поширення хвиль, руху різних механізмів, для вивчення змінного електричного струму і т. Д. Тому тригонометричні функції всебічно і глибоко досліджувалися і придбали важливе значення для всієї математики.

Щоб зрозуміти, як вчені давнини склали тригонометричні таблиці, треба познайомитися з методом Птолемея. Метод заснований на теоремі - твір

діагоналей вписаного в коло чотирикутника дорівнює сумі творів його протилежних сторін.



Нехай $ABCD$ - вписаний чотирикутник, AD - діаметр окружності, а точка O - її центр (рис. 1). Якщо відомо, як обчислювати хорди, що стягують кути $DOC = \alpha$ та $DOB = \beta$, т. е. сторону CD і діагональ AC , то, по теоремі Піфагора, з прямокутних трикутників AOB і AOC можна знайти AB і AC , а потім, по теоремі Птолемея, $BC = (AC \cdot BD - AB \cdot CD) / AD$, тобто хорду, стягуючу кут $BOC = \beta - \alpha$. Деякі хорди, наприклад боку квадрата, правильних шестикутника і восьмикутника, що відповідають кутам 90 , 60 і 45° , легко

визначити. Відома також сторона правильного п'ятикутника, яка стягує дугу в 72° . Наведене вище правило дозволяє обчислювати хорди для різниць цих кутів, наприклад для $12^\circ = 72^\circ - 60^\circ$. Крім того, можна знаходити хорди половинних кутів, проте цього недостатньо, щоб розрахувати, чому дорівнює хорда дуги в 1° , - хоча б тому, що всі названі кути кратні 3° . Для хорди 1° Птолемея знайшов оцінку, показавши, що вона більше $2/3$ хорди $(3/2)^\circ$ і менше $4/3$ хорди $(3/4)^\circ$ - двох чисел, які збігаються з достатньою для його таблиць точністю.



Якщо греки по кутах обчислювали хорди, то індійські астрономи в творах 4-5 ст. перейшли до полухордам подвійний дуги, тобто в точності до ліній синуса (рис. 2). Вони користувалися і лініями косинуса - вірніше, не його самого, а «зверненого» синуса, який отримав пізніше в Європі назву «синус-верзус», зараз ця функція, рівна $1 - \cos \alpha$, вже не вживається. Згодом той же підхід привів до визначення тригонометричних функцій через відносини сторін прямокутного

трикутника. За одиницю вимірювання відрізків MP , OP , PA приймалася дугова хвилина. Так, лінія синуса дуги $AB = 90^\circ \in OB$ - радіус кола; дуга AL , рівна радіусу, містить (округлено) $57^\circ 18' = 3438'$.