

Секція «ВИЩА МАТЕМАТИКА»
ПРОБЛЕМИ ПОБУДОВИ ГЕОДЕЗИЧНИХ КРИВИХ

Автор: ст. гр. П-21 Карпенко Ілля Антонович

Керівник: к.т.н., доц. Гаєвська В.О.

Геодезичною лінією називається найкоротша лінія, що з'єднає будь-які дві точки поверхні. Визначення таких ліній є частиною більш широкої групи завдань, присвячених пошуку найбільших або найменших значень певних змінних величин. Такі завдання відносяться до предмету математики, яка називається варіаційним численням.

Поняття «геодезичної лінії» широко застосовується при вирішенні теоретичних і практичних завдань геодезії, в яких точки земної поверхні проектується на поверхню земного еліпсоїда і з'єднуються геодезичними лініями. На поверхні земного еліпсоїда геодезичні лінії мають кругіння і є складними кривими. Математичні методи дозволяють перейти від відстаней і кутів на земній поверхні до довжин дуг геодезичних ліній і кутів між цими дугами на поверхні земного еліпсоїда.

Основна проблема побудови геодезичних кривих полягає в тому, що на площині це звичайна пряма лінія, яка з'єднує дві точки площини, на інших поверхнях це будуть інші лінії, наприклад, гвинтові, прямолінійні утворюючі і окружності, на сфері - дуги великих кіл (рис.1).

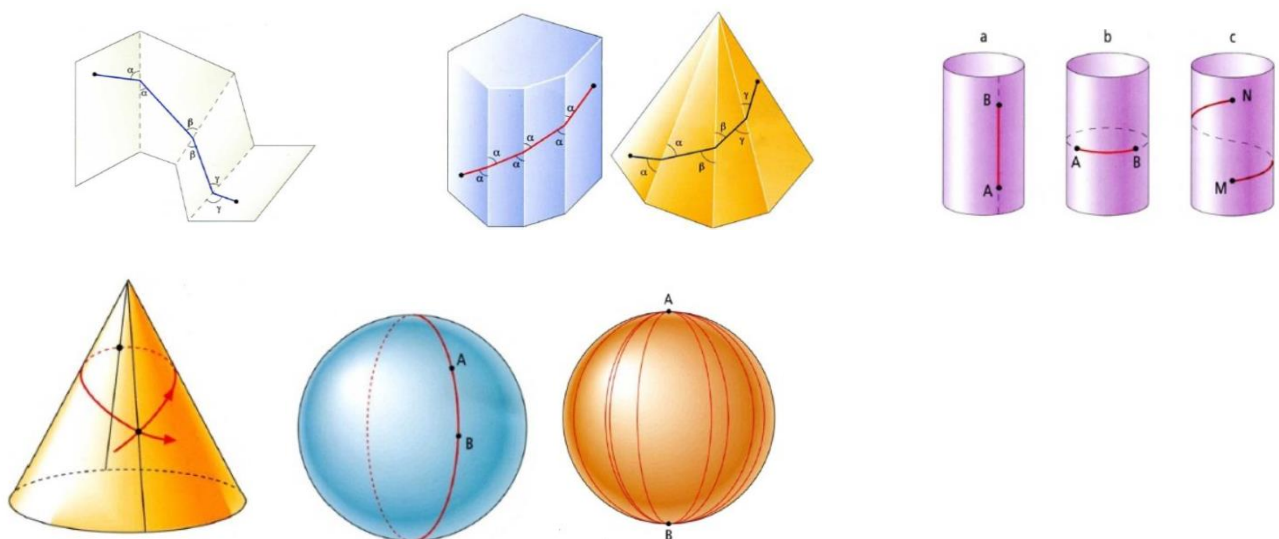


Рисунок 1 – Побудова геодезичних кривих

Багато наукових робіт і статей присвячені вивченню даних ліній, а особливо універсальний метод побудови цих ліній на будь-яких типах поверхонь, проте все ще універсального методу не знайдено. Тільки для окремих типів поверхонь. Для вираження цієї лінії, а також побудови використовуються методи диференціальних і інтегральних числень.

На геодезичній лінії величина $\int ds$, де ds – диференціал довжини геодезичної дуги, приймає екстремальне значення. Рівняння можна знайти з рівності нулю варіації довжини її дуги. Ми отримаємо рівняння геодезичної лінії з рівності нулю варіації функціоналу

$$\Phi = \int_0^1 \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 dt$$

Так само геодезична лінія є частиною диференціальної геометрії, в якій є свої способи обчислення і побудови цих ліній.

Також ще використовуються комп'ютерне інженерне математичне програмне забезпечення, яке дозволяє виконувати, аналізувати найважливіші розрахунки, Mathcad. Є різні алгоритми для побудови геодезичної лінії з заданої точки до точки, що рухається. Для вирішення завдань використовується метод «стрельбы».

Отже, перешкодою у відшуванні геодезичних ліній поверхні є проблеми обчислювального характеру, які зводяться до розв'язування диференціальних рівнянь. Тільки для обмеженого переліку відомих поверхонь (циліндр, конус, псевдосфера) можна знайти рівняння геодезичних ліній в кінцевому вигляді. Для всіх інших, включаючи сферу, їх відшування зводиться до інтегрування диференціальних рівнянь чисельними методами.

Тільки для обмеженого класу поверхонь диференціальне рівняння другого порядку можна понизити до першого або ж звести до інтегралу, як, наприклад, для поверхонь обертання. Проте і в цьому випадку чисельне інтегрування відомого виразу на основі теореми Клеро не дозволяє побудувати геодезичну лінію повністю, а тільки окремі її фрагменти.