МАТРИЧНИЙ МЕТОД ІНТЕГРУВАННЯ НОРМАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Автор: ст. гр. П-22 Тітар Олена Сергіївна

Керівник: Бабаєва О.В.

Актуальність. Математичні знання в далекому минулому застосовувалися для вирішення повсякденних потреб і саме практика в значній мірі керувала всім подальшим розвитком математики.

У наш час, як і в далекому минулому практика становить перед людством і математикою складні завдання. Саме в цьому причина сучасного бурхливого розвитку математики, появи багатьох її нових гілок, що дозволяє глибше і детальніше вивчати виникнення та розвиток оточуючого нас світу і розв'язувати конкретні практичні задачі. Щоб розв'язувати наукові питання потрібно досконало володіти тими знаннями, котрі людство відкрило в минулому, але необхідно знаходити нові способи використання математики.

Математизація всіх галузей науки і техніки, бурхливий розвиток обчислюваної техніки, запровадження комп'ютерних технологій у всі сфери виробництва, економіки, управління у повсякденне життя робить необхідним більше зацікавлення учнів математикою, формування у студентів правильного уявлення про природу математики у системі наук та її роль у різних галузях науки, техніки, виробництві, культурі, психології.

Для сьогодення характерним є процес математизації наукових знань, широкого використання методів математики, її апарату в різних наукових галузях.

Матеріали і методи. Використовуючи математичний апарат, а саме нормальну систему диференціальних рівнянь, розв'язати представлений приклад матричним методом інтегрування.

Результати. Матричним методом знайдемо загальний розв'язок системи:

$$\begin{cases} y'_1 = y_1 - y_2 \\ y'_2 = y_1 + 3y_2 \end{cases}$$

$A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, характеристичне рівняння $\begin{vmatrix} 1-k & -1 \\ 1 & 3-k \end{vmatrix}$ має корені:

$k^2-4k+4=0 \Rightarrow k_{1,2}=2$.

Власний вектор

$\begin{cases} -a_{11} - a_{12} = 0, \\ a_{11} + a_{12} = 0, \end{cases} \Rightarrow a^1=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow Y^1=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}e^{2x}$.

Інший незалежний розв’язок шукаємо у вигляді:

$$Y^2=e^{2x}\left(\begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{12} \end{pmatrix} + x\begin{pmatrix} b_{21} \\ b_{22} \end{pmatrix}\right) = e^{2x}(b_1 + b_2x).$$

Підставимо цей вектор у систему:

$2(b_1+b_2x)e^{2x}+b_2e^{2x} = Ae^{2x}(b_1+b_2x) \Rightarrow (A-2E)b_2x+((A-2E)b_1 - b_2) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} (A-2E)b_2 = 0, \\ (A-2E)b_1 = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_2 = a^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \\ -b_{11} - b_{12} = 1, \\ b_{11} + b_{21} = -1, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \\ b_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}. \end{cases}$$

Отже,

$$Y^2=e^{2x}\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}+e^{2x}x\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Загальний розв’язок системи має вигляд:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = C_1\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}e^{2x} + C_2e^{2x}\begin{pmatrix} x \\ -1-x \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$y_1 = e^{2x}(C_1+C_2x), \quad y_2 = -e^{2x}(C_1+C_2(1+x))$.

Висновки. Вивчаючи явища природи, розв’язуючи різноманітні задачі з фізики, техніки, економіки, біології не завжди можна безпосередньо встановити прямий зв'язок між величинами, що описують той чи інший еволюційний процес. Здебільшого можна встановити зв'язок між цими величинами (функціями) та швидкостями їхньої зміни відносно інших (незалежних) змінних величин. При цьому виникають рівняння, в яких невідомі функції містяться під знаком похідної. Ці рівняння називаються диференціальними. Згідно з темою досліду, ми маємо змогу перетворити задачу з різних галузей науки в диференціальне рівняння та розв’язати його, використовуючи матричний метод інтегрування як представлено в прикладі.