Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

Спеціальність 075

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання контрольних робіт

з дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика»

для студентів спеціальності 075 «Маркетинг»

заочної форми здобуття освіти

Харків 2019

Міністерство освіти і науки України
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

Спеціальність 075

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання контрольних робіт

з дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика»

для студентів спеціальності 075 «Маркетинг»

заочної форми здобуття освіти

Затверджено на засіданні кафедри
вищої математики.
Протокол № 15 від 22.11.2019

Харків 2019

Методичні вказівки до виконання контрольних робіт з дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» для студентів спеціальності 072 «Фінанси, банківська справа та страхування» заочної форми здобуття освіти. / Укладач: В.О.Гаєвська. – Харків: ХНУБА, 2019. – 68 с.

Рецензент О.В.Бабаэва

Кафедра вищої математики

ВСТУП

Мета даного видання – надання допомоги студентам заочної форми здобуття освіти в організації самостійної роботи під час вивчення таких тем з дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика», як: «Випадкові події», «Випадкові величини», «Елементи математичної статистики».

Видання містить програму навчальної дисципліни, варіанти для виконання контрольних робіт, зразки виконання контрольних робіт. Зміст, повнота й рівень складності запропонованих завдань відповідають рівню вимог до математичної підготовки студентів спеціальності 075 «Маркетинг».

Контрольні роботи №3 и №4 повинні виконуватися в одному зошиті, на обкладинці якого студенту слід розбірливо написати своє прізвище, ініціали, шифр, номер контрольної роботи і назву дисципліни.

Розв'язання завдань необхідно проводити в тій же послідовності, яка наводиться в умовах задач. При цьому умова завдання повинна бути повністю переписана перед її розв'язанням.

Програма навчальної дисципліни

Модуль 1 (семестр 3)

Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей.

Тема 1. Основні поняття та визначення. Класична та статистична ймовірність, її властивості. Відносна частота появи події. Геометрична ймовірність.

Тема 2. Теореми додавання ймовірностей. Умовна ймовірність. Теореми множення ймовірностей. Формули повної ймовірності та Байєса.

Тема 3. Повторні випробування. Формула Бернуллі. Локальна та інтегральна теореми Лапласа. Формула Пуассона.

Тема 4. Випадкова величина (дискретна та неперервна). Інтегральна та диференціальна функції розподілу і їх властивості. Числові характеристики і їх властивості.

Тема 5. Основні закони розподілу, їх числові характеристики, графіки. Ймовірність заданого відхилення. Правило трьох сигм. Закон великих чисел.

Змістовий модуль 2. Математична статистика.

Тема 6. Вибірковий метод. Статистичний розподіл вибірки. Емпірична функція розподілу. Статистичні оцінки параметрів розподілу. Види оцінок. Оцінювання генеральної дисперсії. Точність оцінки. Надійна ймовірність та надійний інтервал.

Тема 7. Статистичний критерій перевірки гіпотези. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл. Критерій згоди Пірсона.

Тема 8. Кореляційна залежність. Вибіркове рівняння лінії регресії. Визначення параметрів вибіркового рівняння лінійної регресії. Встановлення лінійної залежності між x та y для заданої вибірки. Побудова лінії регресії.

Контрольна робота №3

«Теорія ймовірностей»

Завдання 3.1 Розв'язати задачі, використовуючи основні теореми теорії ймовірностей.

Варіант 1

1 Кинуто гральну кістку. Чому дорівнює ймовірність того, що випаде парне число очок?

2 Два стрільці стріляють по мішені 1 раз. Імовірності влучення в мішень під час одного пострілу дорівнюють для 1 стрільця 0,6, для 2 – 0,7. Знайти ймовірність того, що в мішень буде влучено: а) тільки одним стрільцем; б) хоча б одним стрільцем.

3 В урні 5 білих, 6 чорних і 4 синіх кулі. Випробування полягає в тому, що навмання з урни беруть кулю, не повертаючи її в урну. Знайти ймовірність того, що під час першого випробування з`явиться біла куля, під час другого – чорна, під час третього – синя.

4 Перша коробка містить 25 радіоламп, з яких 20 – стандартних, друга – 15 ламп, з яких 10 – стандартних. Із другої коробки навмання взята лампа і перекладена в першу. Знайти ймовірність того, що лампа, взята навмання з першої коробки, буде стандартна.

5 Два автомати виготовляють однакові деталі. Продуктивність першого автомата вдвічі більше другого. Виготовлення деталей відмінної якості для автоматів відповідно дорівнює 0,65; 0,8. Взята навмання деталь виявилась відмінної якості. Знайти ймовірність того, що ця деталь зроблена першим автоматом.

Варіант 2

1 В урні 40 куль: 15 блакитних, 5 зелених і 20 білих. Знайти ймовірність того, що взята навмання куля буде кольоровою?

2 Три студенти складають екзамен. Ймовірність того, що 1 студент складе екзамен дорівнює 0,9, 2 – 0,7, 3 – 0,6. Знайти ймовірність того, що: а) 2 студенти складуть екзамен; б) хоча б 1 студент складе екзамен.

3 У ящику 10 деталей, з яких 3– першого типу і 7 – другого. Для збирання агрегату потрібно взяти спочатку деталь першого типу, а потім – другого. Знайти ймовірність того, що навмання взяті деталі будуть в необхідній послідовності.

4 У групі спортсменів: 25 лижників, 10 велосипедистів, 5 бігунів. Ймовірність виконати кваліфікаційну норму така: для лижника 0,8, для велосипедиста 0,85, для бігуна 0,75. Знайти ймовірність того, що спортсмен, вибраний навмання, виконає норму.

5 Виріб перевіряють на стандартність одним із контролерів. Ймовірність того, що виріб потрапить до контролерів відповідно дорівнює 0,6; 0,4. Взятий навмання виріб був визнаний стандартним. Знайти ймовірність того, що цей виріб перевірив другий контролер.

Варіант 3

1 Кинуто 2 гральні кістки. Знайти ймовірність того, що сума випавших очок буде не більше 4 ?

2 Робітник обслуговує 3 верстати. Ймовірність того, що протягом години потребує його уваги перший верстат дорівнює 0,8, другий – 0,7, третій – 0,6. Знайти ймовірність того, що протягом години уваги робітника: а) не потребує жоден верстат; б) хоча б один верстат.

3 У ящику 10 деталей, з яких 5 – першого типу, 3 – другого, 2 – третього. Знайти ймовірність того, що навмання взяті по черзі 3 деталі будуть 1, 2, 3 типів.

4 Складальник отримав 3 коробки деталей, вироблених на заводі №1, і 2 коробки деталей заводу №2. Ймовірність того, що деталь заводу №1 стандартна дорівнює 0,7, а заводу №2 – 0,8. Складальник навмання взяв деталь із навмання вибраної коробки. Знайти ймовірність того, що взята стандартна деталь.

5 У трьох партіях по 20 деталей у кожній. Число стандартних деталей у партіях відповідно дорівнює 5, 10, 15. Із навмання вибраної партії навмання беруть деталь, яка виявилася стандартною. Знайти ймовірність того, що деталь була взята з третьої партії.

Варіант 4

1 Спортсмен стріляє по мішені, розділеній на 3 сектори. Ймовірність попадання в 1 сектор дорівнює 0,4, в 2 – 0,3. Знайти ймовірність попадання в 1 або в 2 сектор?

2 Робітник обслуговує 3 верстати. Ймовірність того, що протягом години він буде обслуговувати перший верстат дорівнює 0,7, другий – 0,6, третій – 0,5. Знайти ймовірність того, що протягом години робітник буде обслуговувати: а) всі 3 верстати; б) хоча б один верстат.

3 Студент знає 25 з 30 питань програми. Знайти ймовірність того, що студент знає запропоновані йому екзаменатором 3 питання.

4 Перший ящик містить 20 деталей, з яких 18 – стандартних, другий – 30 деталей, з яких 25 – стандартних, третій – 10 деталей з них 7 – стандартних. Знайти ймовірність того, що взята навмання деталь із навмання вибраного ящика – стандартна.

5 На складі знаходяться деталі, які вироблені на двох заводах. Продуктивність першого заводу в 4 рази вище другого. Ймовірність бракованих деталей відповідно дорівнює 0,05; 0,01. Навмання взята деталь виявилась бракованою. Знайти ймовірність того, що ця деталь виготовлена першим заводом.

Варіант 5

1 На полиці знаходяться 10 книг, розставлених у довільному порядку. З них 3 книги з теорії ймовірностей, 3 – з математичного аналізу, 4 – з лінійної алгебри. Студент випадковим чином дістає 1 книгу. Знайти ймовірність того, що студент узяв книгу з теорії ймовірностей, або з лінійної алгебри?

2 Три студенти складають екзамен. Ймовірність скласти екзамен першим студентом дорівнює 0,8, другим – 0,6, третім – 0,5. Знайти ймовірність того, що: а) тільки 2 студенти складуть екзамен; б) хоча б один студент складе екзамен.

3 У ящику 10 деталей, з яких 6 – пофарбовані. Навмання вибирають 3 деталі. Знайти ймовірність того, що всі взяті деталі пофарбовані.

4 У телевізійному ательє 4 кінескопи. Імовірності того, що кінескоп витримає гарантійний строк відповідно дорівнюють: 0,9; 0,7; 0,6; 0,95. Знайти ймовірність того, що взятий навмання кінескоп витримає гарантійний строк.

5 На склад надходять вироби трьох фабрик, при чому вироби першої фабрики складають 20 %, другої – 45 %, третьої 35 %. Середній відсоток нестандартних виробів для фабрик відповідно дорівнює 3 %, 2 %, 1 %. Знайти ймовірність того, що навмання взятий нестандартний виріб зроблений третьою фабрикою.

Варіант 6

1 У порт приходять кораблі з 3 пунктів відправлення. Ймовірність появи корабля з 1 пункту дорівнює 0,2, з 2 пункту – 0,6. Знайти ймовірність прибуття корабля з 3 пункту?

2 Із трьох гармат зробили залп по цілі. Ймовірність влучення в ціль 1, 2, 3 гарматами відповідно дорівнює 0,7; 0,6; 0,9. Знайти ймовірність того, що влучать в ціль: а) тільки 2 гармати; б) всі 3 гармати. 1.

3 Знайти ймовірність того, що навмання взяте двозначне число буде кратне 2 або 7, або 2 і 7.

4 У коробці знаходяться 60 ламп, виготовлених заводом №1 і 40 – заводом №2. Ймовірність того, що лампа виготовлена заводом №1 стандартна дорівнює 0,9, для ламп заводу №2 – 0,75. Знайти ймовірність того, що взята навмання лампа буде стандартна.

5 На фабриці три машини виробляють відповідно 20 %, 35 %, 45 % виробів. У їх продукції брак складає відповідно 3 %; 2 %; 1 %. Знайти ймовірність того, що навмання взятий нестандартний виріб зроблений на другій фабриці.

Варіант 7

1.Спортсмен стріляє по мішені, розділеній на 3 сектори. Ймовірність попадання в 1 сектор дорівнює 0,6, в 2 – 0,2. Знайти ймовірність попадання в 1 або в 2 сектор.

2 Для сигналізації про аварію встановлені три незалежно працюючих пристрої. Ймовірність того, що під час аварії спрацює перший пристрій дорівнює 0,6, другий – 0,9, третій – 0,8. Знайти ймовірність того, що під час аварії спрацює: а) тільки 2 пристрої; б) хоча б один пристрій.

3 На 30 картках написані 30 двозначних чисел від 1 до 30. Навмання беруть 1 картку. Знайти ймовірність того, що число на картці буде кратним 2, або 3.

4 В обчислюваній лабораторії 10 клавішних автоматів і 5 напівавтоматів. Ймовірність того, що під час виконання деякого розрахунку автомат не вийде із ладу дорівнює 0,9, для напівавтомата – 0,85. Навмання вибирається машина. Знайти ймовірність того, що під час розрахунку вибрана машина не вийде із ладу.

5 Деякий виріб випускається двома заводами, причому другий завод випускає виробів в 3 рази більше першого. Ймовірність браку для кожного заводу відповідно дорівнює 2 %, 1 %. Знайти ймовірність того, що придбаний бракований виріб виготовлено на другому заводі.

Варіант 8

1 Заочний факультет університету приймає пакети з контрольними роботами з трьох міст. Ймовірність появи пакета з одного міста дорівнює 0,7, з другого – 0,2. Знайти ймовірність того, що пакет буде отриманим із третього міста.

2 Три стрільці зробили по одному пострілу по мішені. Ймовірність влучення в мішень першим стрільцем дорівнює 0,9, другим – 0,8, третім 0,7. Знайти ймовірність того, що: а) тільки один із стрільців влучить у мішень; б) хоча б один влучить у мішень.

3 На шести картках написані літери Т, А, Т, А, Х, О. Навмання беруть по черзі чотири картки і розкладають у ряд. Знайти ймовірність того, що отримають слово ТАТО.

4 На фабриці виготовляють болти: перша машина виробляє 35%, друга – 25%, третя – 40% всіх болтів. Брак продукції складає відповідно 1%, 3%, 2% . Знайти ймовірність того, що навмання вибраний болт буде дефектним.

5 На виробництві виготовляються вироби на трьох поточних лініях. Кількість виробів кожної лінії відповідно складає 30 %, 25 %, 45%. Відсоток стандартних виробів для кожної лінії відповідно дорівнює 96 %, 97 %, 98 %. Знайти ймовірність того, що взятий навмання стандартний виріб виготовлений на третій лінії.

Варіант 9

1 Крамниця отримала продукцію з чотирьох оптових складів: з першого – 4 ящики, з другого – 5 ящиків, з третього – 7 ящиків, з четвертого – 4 ящики. Випадково вибраний один ящик для продажу. Знайти ймовірність того, що це буде ящик з першого або третього складу.

2 Студент знає 45 з 60 питань програми. Кожний екзаменаційний білет містить 3 питання. Знайти ймовірність того, що студент знає: а) тільки 2 питання; б) всі три питання.

3 У ящику 10 деталей, з яких 4 першого типу і 6 – другого. Для збирання агрегату потрібно взяти спочатку деталь першого типу, а потім – другого. Знайти ймовірність того, що навмання взяті деталі будуть в необхідній послідовності.

4 У партії електроламп 25 % виготовлених заводом №1, 35 % – заводом № 2, 40 % – заводом №3. Імовірності випуску бракованих ламп відповідно дорівнюють 0,01; 0,004; 0,005. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана лампочка буде стандартною.

5 У цеху три типи автоматичних верстатів. Продуктивність їх однакова, а якість – різна. Відмінна якість верстатів відповідно дорівнює 0,95; 0,9; 0,85. Кількість верстаті типів відповідна 5, 3, 2. Взятий навмання виріб виявився відмінної якості. Знайти ймовірність того, що цей виріб належить верстату першого типу.

Варіант 10

1 Кинуто гральну кістку. Чому дорівнює ймовірність того, що випаде непарне число очок?

2 Для сигналізації про аварію встановлені три незалежно працюючих пристрої. Ймовірність того, що під час аварії спрацює перший пристрій дорівнює 0,8; другий – 0,9; третій – 0,7. Знайти ймовірність того, що під час аварії спрацює: а) тільки один пристрій; б) хоча б один пристрій.

3 У мішку знаходиться 10 кубиків. Навмання беруть по одному 4 кубики. Знайти ймовірність того, що послідовно з`являться кубики з номерами 1, 2, 3, 4, якщо їх беруть не повертаючи.

4 На склад потрапляють деталі з трьох автоматів. Брак відповідно складає 0,2 % ; 0,3 % ; 0,4 %. Знайти ймовірність потрапляння на складання бракованої деталі, якщо з першого автомату надійшло 1500, з другого – 2000, з третього – 2500 деталей.

5 У групі 10 стрільців. Для п’яти з них ймовірність влучення дорівнює 0,8; для трьох других – 0,5; для інших – 0,25. Постріл, зроблений одним із стрільців, дав влучення. Знайти ймовірність того, що цей постріл зробив стрілець з другої групи.

Варіант 11

1 В урні 40 куль: 10 червоних, 12 синіх, 18 білих. Знайти ймовірність появи кольорової кулі.

2 Для руйнування мосту достатньо влучення однієї авіаційної бомби. Знайти ймовірність того, що міст буде зруйновано, якщо на нього скинуто три бомби, ймовірність влучення відповідно дорівнює 0,8; 0,9 та 0,85.

3 Ймовірність того, що перший спортсмен влучить у мішень під час одного пострілу дорівнює 0,9, для другого спортсмена – 0,8. Здійснено по одному пострілу. Знайти ймовірність того, що в мішені виявиться одне влучення.

4 На двох автоматичних верстатах виробляються однакові вироби. Продуктивність першого верстата вдвічі більше, ніж другого. Ймовірність виготовлення виробу вищої якості відповідно дорівнюють 0,8 і 0,95. Знайти ймовірність того, що взятий навмання виріб буде вищої якості.

5 Третя частина однієї з трьох партій виробів другосортна, інші вироби у всіх партій першого сорту. Виріб, взятий з однієї партії, виявився першосортним. Знайти ймовірність того, що виріб був взятий із партії, яка мала другосортні вироби.

Варіант 12

1 Стрілець стріляє по мішені, розділеній на 3 частини. Ймовірність влучення в першу частину дорівнює 0,4, в другу – 0,25. Знайти ймовірність того, що стрілець влучить в 1 або 3 частини мішені.

2 Робітник обслуговує 3 верстати. Ймовірність того, що протягом години він буде обслуговувати перший верстат дорівнює 0,2, другий – 0,3, третій – 0,4. Знайти ймовірність того, що протягом години робітник буде обслуговувати: а) тільки 2 верстати; б) хоча б один верстат.

3 У контейнері міститься 10 виробів, з них 7 стандартних. Знайти ймовірність того, що навмання вибрані по черзі з контейнера три вироби будуть стандартні.

4 На підприємстві працюють три поточні лінії. На кожній лінії виробляють відповідно виробів: 35 %, 25 %, 40 % . Стандартність виробу для кожної лінії відповідно дорівнює 93 %, 94 %, 95 %. Знайти ймовірність того, що навмання взятий виріб буде бракованим.

5 У групі 20 чоловік, з них 12 хлопців і 8 дівчат. Із хлопців до семінару підготувались 5 чоловік, а з дівчат – 6. Когось викликали й відповідь була дана. Знайти ймовірність того, що викликали дівчину.

Варіант 13

1 Заочний факультет університету отримує пакети з контрольними роботами з 3 міст: А, В, С. Ймовірність отримання пакета з міста А дорівнює 0,6, з міста В – 0,3. Знайти ймовірність того, що черговий пакет буде отриманий з міста А або С.

2 Із трьох гармат зробили залп по цілі. Ймовірність влучення в ціль 1, 2, 3 гарматами відповідно дорівнює 0,9; 0,7; 0,6. Знайти ймовірність того, що влучать в ціль: а) тільки 2 гармати; б) всі 3 гармати.

3 Три верстати працюють незалежно один від одного. Ймовірність безперебійної роботи протягом зміни для першого верстата дорівнює 0,9, для другого – 0,8, для третього – 0,7. Знайти ймовірність того, що протягом зміни хоча б один верстат працює безперебійно.

4 У піраміді 6 гвинтівок, 4 з яких обладнані оптичним прицілюванням. Ймовірність того, що стрілець влучить в мішень з гвинтівки з прицілюванням дорівнює 0,9, без прицілювання – 0,8. Знайти ймовірність того, що в мішень буде влучено із навмання взятої гвинтівки.

5 Число пасажирських пароплавів, які пропливають по річці повз навігаційного знаку, відноситься до числа вантажних пароплавів, як 2 : 3. Ймовірність того, що знак буде збитий пасажирським пароплавом дорівнює 0,01, а вантажним – 0,03. Пароплав проплив і знак був збитий. Знайти ймовірність того, що знак був збитий вантажним пароплавом.

Варіант 14

1 Ймовірність того, що день у червні буде ясним дорівнює 0,75. Знайти ймовірність того, що 1 і 2 червня буде хмарно.

2 Студент знає 50 з 60 питань програми. Кожний екзаменаційний білет містить 3 питання. Знайти ймовірність того, що студент знає: а) тільки 2 питання; б) хоча б одне питання.

3 У читальному залі бібліотеки 6 підручників з теорії ймовірностей, з яких 3 – в палітурці. Бібліотекар навмання взяв 2 підручники. Знайти ймовірність того, що обидва підручники в палітурці.

4 Партія електроламп складає: 20 % виготовлена заводом №1, 30 % заводом № 2, 50 % – № 3. Імовірності випуску бракованих ламп відповідно дорівнюють 0,01; 0,005; 0,006. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана лампочка буде стандартною.

5 Сигнальні лампи для радіоапаратури виготовляють на двох заводах. Кількість їх відноситься як 7 : 3. Ймовірність стандарту відповідно дорівнює 0,6; 0,8. Знайти ймовірність того, що взята навмання лампа виготовлена другим заводом.

Варіант 15

1 У ящику 10 деталей, з яких 5 – стандартних. Знайти ймовірність того, що серед трьох навмання взятих деталей, хоча б одна була стандартна.

2 Три стрільці зробили по одному пострілу по мішені. Ймовірність влучення в мішень першим стрільцем дорівнює 0,4, другим – 0,5, третім – 0,6. Знайти ймовірність того, що: а) тільки один із стрільців влучить у мішень; б) хоча б один влучить у мішень.

3 В урні 6 білих, 4 чорних і 5 синіх кулі. Випробування полягає в тому, що навмання з урни беруть кулю, не повертаючи її в урну. Знайти ймовірність того, що при першому випробуванні з`явиться біла куля, при другому – чорна, при третьому – синя.

4 На підприємстві працюють три поточні лінії. На кожній лінії виробляють відповідно виробів: 30 %; 25 %; 45 % . Стандартність виробу для кожної лінії відповідно дорівнює 95 %; 96 %; 97 %. Знайти ймовірність того, що навмання взятий виріб буде бракованим.

5 Число вантажівок, які проїжджають по шосе, на якому знаходиться бензоколонка, відноситься до числа легкових машин, як 5 : 3. На заправку під`їхала машина. Знайти ймовірність того, що під`їхала вантажівка.

Варіант 16

1 Ймовірність того, що стрілець під час одного пострілу виб`є 10 очок дорівнює 0,1, для 9 очок – 0,3, для 8 і менше очок дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що під час одного пострілу стрілець виб`є не менше 9 очок.

2 Студент знає 40 з 50 питань програми. Кожний екзаменаційний білет містить 3 питання. Знайти ймовірність того, що студент знає: а) тільки 2 питання; б) хоча б одне питання.

3 У ящику 10 деталей, з яких 4 – першого типу і 6 – другого. Для збирання агрегату потрібно взяти спочатку деталь першого типу, а потім – другого. Знайти ймовірність того, що навмання взяті деталі будуть в необхідній послідовності.

4 У піраміді 5 гвинтівок, 3 з яких обладнані оптичним прицілюванням. Ймовірність того, що стрілець влучить в мішень з гвинтівки з прицілюванням дорівнює 0,95, без прицілювання – 0,7. Знайти ймовірність того, що мішень буде влучена із навмання взятої гвинтівки.

5 На автозавод надійшли двигуни від трьох моторних заводів: першого – 10 двигунів, другого – 6, третього – 4. Імовірності безперервної роботи цих двигунів протягом гарантійного терміну відповідно дорівнюють 0,9; 0,8; 0,7. Знайти ймовірність того, що двигун, працюючий без дефекту, виготовлений на другому заводі.

Варіант 17

1 Події A, B, C, D утворюють повну групу. Імовірності цих подій: P(A) = =0,1, P(B) = 0,4, P(C) = 0,3. Знайти ймовірність події D.

2. Для сигналізації про аварію встановлені три незалежно працюючих пристрої. Ймовірність того, що при аварії спрацює перший пристрій дорівнює 0,7, другий – 0,8, третій – 0,6. Знайти ймовірність того, що під час аварії спрацює: а) тільки два пристрої; б) хоча б один пристрій.

3 У ящику 10 деталей, з яких 7 – пофарбовані. Навмання вибирають 3 деталі. Знайти ймовірність того, що всі взяті деталі пофарбовані.

4 На фабриці виготовляють вироби на трьох поточних лініях. Вироби з кожної лінії відповідно складають: 45 %; 35 %; 20 %. Стандартність виробів на кожній лінії відповідно дорівнює 98 %; 96 %; 94 %. Знайти ймовірність того, що навмання взятий виріб буде бракованим.

5 На підприємстві в трьох цехах виготовляють замки. Кількість замків, виготовлених в цехах розподіляється відповідно: 25 %; 35%; 40%. Брак складає відповідно 5%, 4%, 2 %. Навмання взятий замок виявився дефектним. Знайти ймовірність того, що цей замок виготовлений в третьому цеху.

Варіант 18

1 У ящику 10 деталей, серед яких 2 – нестандартні. Знайти ймовірність того, що серед навмання відібраних 6 деталей буде не більше 1 нестандартної.

2 Студент знає 35 з 50 питань програми. Кожний екзаменаційний білет містить 3 питання. Знайти ймовірність того, що студент знає: а) тільки 2 питання; б) хоча б одне питання.

3 У ящику 10 деталей, з яких 6 першого типу і 4 – другого. Для збирання агрегату потрібно взяти спочатку деталь першого типу, а потім - другого. Знайти ймовірність того, що навмання взяті деталі будуть в необхідній послідовності.

4 Ящик містить однакові вироби, 40 % з яких виготовлені першим автоматом, інші – другим. Брак продукції відповідно складає 3 %, 2 %. Знайти ймовірність того, що навмання взятий виріб буде бракованим.

5 Три робітники виготовляють типові вироби. Відповідно кожний виробляє: 45; 30; 25 виробів. Імовірності браку робітників: 0,03; 0,02; 0,01. Взятий навмання виріб виявився бракованим. Знайти ймовірність того, що взятий виріб зробив другий робітник.

Варіант 19

1 За статистичними даними ремонтної майстерні в середнім на 20 зупинок токарного верстата припадає: 10 для зміни різця, 3 – через зіпсування привода, 2 – через несвоєчасну подачу заготівок, решта зупинок через інші причини. Знайти ймовірність зупинки верстата через інші причини.

2 Робітник обслуговує 3 верстати. Ймовірність того, що протягом години він буде обслуговувати перший верстат дорівнює 0,5, другий – 0,3, третій – 0,8. Знайти ймовірність того, протягом години робітник буде обслуговувати: а) тільки два верстати; б) хоча б один верстат.

3 Знайти ймовірність того, що навмання взяте двозначне число буде кратне 3 або 8, або 3 і 8.

4 На підприємстві працюють три поточні лінії. На кожній лінії виробляють відповідно виробів: 30 %; 25 %; 45 % . Стандартність виробу для кожної лінії відповідно дорівнює 97 %; 98 %; 96 %. Знайти ймовірність того, що навмання взятий виріб буде бракованим.

5 У майстерню для ремонту взуття приносять чоботи і черевики в співвідношенні 2 : 3. Ймовірність якісного ремонту відповідно дорівнює 0,9; 0,85. Навмання взята пара взуття, яка відремонтована якісно. Знайти ймовірність того, що взяті були черевики.

Варіант 20

1 У ящику 10 деталей, з яких 5 – стандартних. Знайти ймовірність того, що серед чотирьох навмання взятих деталей, хоча б одна буде стандартна.

2 Для сигналізації про аварію встановлені три незалежно працюючих пристрої. Ймовірність того, що під час аварії спрацює перший пристрій дорівнює 0,7, другий – 0,9, третій – 0,6. Знайти ймовірність того, що під час аварії спрацює: а) тільки два пристрої; б) хоча б один пристрій.

3 На 30 картках написані 30 двозначних чисел від 1 до 30. Навмання беруть одну картку. Знайти ймовірність того, що число на картці буде кратним 3 або 4.

4 На двох автоматичних верстатах виробляються однакові вироби. Продуктивність першого верстата вдвічі більше, ніж другого. Ймовірність виготовлення виробу вищої якості відповідно дорівнює 0,9 і 0,81. Знайти ймовірність того, що взятий навмання виріб буде вищої якості.

5 На підприємстві працюють 2 бригади робітників: перша виготовляє 0,75 продукції з відсотком браку 4 %, друга 0,25 продукції з відсотком браку 6 %. Знайти ймовірність того, що взятий навмання бракований виріб був виготовлений другою бригадою.

Варіант 21

1 У класі 25 учнів. Із них 10 хлопчиків, а решта – дівчатка. Навмання за списком журналу вибирають 5 учнів. Яка ймовірність того, що всі вони виявляться хлопчиками або дівчатками?

2 Імовірності своєчасного виконання завдання трьома незалежно працюючими підприємствами відповідно дорівнюють 0,5; 0,6; 0,7. Знайти ймовірність своєчасного виконання завдання: а) тільки двома підприємствами; б) хоча б одним підприємством?

3 На 6 картках написані літери М, А, М, А, Л, А. Навмання беруть по черзі 4 картки і розкладають в ряд. Знайти ймовірність того, що отримають слово МАМА.

4 На складення потрапляють деталі з трьох автоматів. Брак відповідно складає 0,1%; 0,2%; 0,3%. Знайти ймовірність потрапляння на складання бракованої деталі, якщо з першого автомату надійшло1000, з другого – 2000, з третього – 3000 деталей.

5 У будзагоні 70 % першокурсників і 30 % студентів другого курсу. Серед першокурсників 10 % дівчат, а серед другокурсників – 5%. Усі дівчата по черзі чергують на кухні. Знайти ймовірність того, що в навмання обраний день на кухні чергують дівчата.

Варіант 22

1 Серед 14 за зовнішнім виглядом електролампочок: 8 штук на 220В, а решта на 127В. Навмання вибирають 4 лампочки. Яка ймовірність того, що вони всі виявляться 220В або на 127В?

2 Ймовірність правильного оформлення рахунку на підприємстві складає 0,95. В час аудиторської перевірки були взяті 3 рахунки. Знайти ймовірність того, що: а) тільки два з них оформлені правильно; б) хоча б один із узятих рахунків оформлений правильно?

3 У мішку знаходяться 10 кубиків. Навмання беруть по одному 3 кубики. Знайти ймовірність того, що послідовно з’являться кубики з номерами 1, 2, 3, якщо їх беруть не повертаючи.

4 Партія електроламп складає: 20 % виготовлена заводом №1, 30 % – заводом № 2, 50 % – № 3. Імовірності випуску бракованих ламп відповідно дорівнюють 0,01; 0,005; 0,006. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана лампочка буде стандартною.

5 Ящик містить 5 виробів заводу №1, серед яких 1 бракований, 10 виробів заводу № 2, серед яких 2 бракованих, 5 виробів заводу № 3, серед яких 2 браковані. Навмання взятий виріб виявився бракованим. Знайти ймовірність того, що цей виріб заводу № 3.

Варіант 23

1 Серед 16 однотипних телевізорів: 10 виготовлено заводом №1, а решта – заводом №2. Навмання із них вибирають 5 штук. Яка ймовірність того, що вони виявляться виготовленими заводом №1 або заводом №2 ?

2 У районі 100 селищ. У 5 з них знаходяться пункти прокату сільхозтехніки. Випадковим чином відібрані 3 селища. Знайти ймовірність того, що: а) тільки в двох з них знаходяться пункти прокату; б) хоча б в одному селищі знаходиться пункт прокату?

3 Ймовірність того, що перший спортсмен влучить у мішень під час одного пострілу дорівнює 0,7, для другого спортсмена – 0,8. Здійснено по одному пострілу. Знайти ймовірність того, що в мішені виявиться одне влучення.

4 На фабриці виготовляють болти: перша машина виробляє 30%, друга – 25%, третя – 45% всіх болтів. Брак продукції складає відповідно 2%; 1%; 3% . Знайти ймовірність того, що навмання вибраний болт буде дефектним.

5 По команді постріл може бути зробленим з будь-якої з трьох гармат. Імовірності влучення гармат відповідно дорівнюють 0,7; 0,8; 0,9. Після пострілу мішень була влучена. Знайти ймовірність того, що постріл був зроблений другою гарматою.

Варіант 24

1 На чотирьох картках написані літери А, Т, Е, М. Картки навмання розкладають в ряд. Яка ймовірність того, що при цьому одержимо слово ТЕМА або МЕТА?

2 У місті знаходяться 15 продовольчих і 5 непродовольчих крамниць. Випадковим чином для приватизації були відібрані 3 крамниці. Знайти ймовірність того, що: а) всі відібрані крамниці непродовольчі; б) хоча б одна з відібраних крамниць продовольча?

3 У контейнері міститься 10 виробів, з них 6 стандартних. Знайти ймовірність того, що навмання вибрані по черзі з контейнера чотири вироби будуть стандартні.

4 У обчислюваній лабораторії 4 клавішних автоматів і 6 напівавтоматів. Ймовірність того, що під час виконання деякого розрахунку автомат не вийде з ладу дорівнює 0,95, для напівавтомата – 0,8. Навмання вибирається машина. Знайти ймовірність того, що під час розрахунку вибрана машина не вийде з ладу.

5 Чотири верстати виготовляють деталі. Брак відповідно до верстатів складає: 0,25%; 0,3%; 0,25%; 0,4%. Продуктивності верстатів відносяться як 9: 3: 2: 1. На збирання надійшла стандартна деталь. Знайти ймовірність того, що ця деталь зроблена на четвертому верстаті.

Варіант 25

1 Задана множина цілих чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Із цієї множини беруть 4 числа поодинці і розкладують у ряд. Яка ймовірність того, що при цьому одержано число 1945 або 1965?

2 Контролер перевіряє вироби на відповідність стандарту. Ймовірність того, що виріб стандартний дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що: а) з двох перевірених виробів тільки один стандартний; б) хоча б один стандартний?

3 У читальному залі бібліотеки 8 підручників з теорії ймовірностей, з яких 5 – в палітурці. Бібліотекар навмання взяв 3 підручника. Знайти ймовірність того, що всі вибрані підручники є підручниками в палітурці.

4 У коробці знаходяться 60 ламп, виготовлених заводом №1 і 40 – заводом №2. Ймовірність того, що лампа виготовлена заводом №1 стандартна дорівнює 0,95, для ламп заводу №2 – 0,85. Знайти ймовірність того, що взята навмання лампа буде стандартна.

5 Третя частина виробів однієї з трьох партій другосортна, інші вироби в усіх партіях першосортні. Навмання взятий виріб з однієї партії виявився першосортним. Знайти ймовірність того, що виріб був взятий із партії, яка має другосортні вироби.

Варіант 26

1 На 10 картках написані літери Т, Р, А, Н, С, Л, Я, Ц, І, Я. Навмання по одній беруть 5 карток і розкладають у ряд. Яка ймовірність того, що при цьому одержані слова РАЦІЯ або ТРАНС ?

2 Для сигналізації про аварію встановлені три незалежно працюючих пристрої. Ймовірність того, що під час аварії спрацює перший пристрій дорівнює 0,7, другий – 0,5, третій – 0,8. Знайти ймовірність того, що під час аварії спрацює: а) тільки два пристрої; б) хоча б один пристрій.

3 В урні 7 білих, 5 чорних і 3 синіх кулі. Випробування полягає в тому, що навмання з урни беруть кулю, не повертаючи її в урну. Знайти ймовірність того, що при першому випробуванні з’явиться біла куля, при другому – чорна, при третьому – синя.

4 У телевізійному ательє 4 кінескопи. Імовірності того, що кінескоп витримає гарантійний строк, відповідно дорівнюють: 0,8; 0,85; 0,9; 0,95. Знайти ймовірність того, що взятий навмання кінескоп витримає гарантійний термін.

5 На трьох фабриках виготовляють відповідно: 10%; 50%; 40% усіх виробів. Брак серед фабрик складає відповідно: 4%; 5%; 3%. Вибраний навмання виріб виявився бракованим. Знайти ймовірність того, що цей виріб виготовили на другій фабриці.

Варіант 27

1 Серед 10 однотипних електромоторів, що надійшли на склад, 7 відповідають вимогам стандарту, а решта – з похибками. Навмання вибирають 3 електромотори. Яка ймовірність того, що всі вони виявляться відповідними до вимог стандарту щодо експлуатації або ні?

2 Імовірності своєчасного виконання завдання трьома незалежно працюючими підприємствами відповідно дорівнюють 0,6; 0,7; 0,8. Знайти ймовірність своєчасного виконання завдання: а) тільки двома підприємствами; б) хоча б одним підприємством ?

3 У ящику 10 деталей, з яких 3 – першого типу і 7 – другого. Для збирання агрегату потрібно взяти спочатку деталь першого типу, а потім – другого. Знайти ймовірність того, що навмання взяті деталі будуть в необхідній послідовності.

4 Перший ящик містить 20 деталей, з яких 15 стандартних, другий – 30 деталей, з яких 24 стандартні, третій – 10 деталей, з яких 6 стандартних. Знайти ймовірність того, що взята навмання деталь із навмання вибраного ящика – стандартна.

5 Із першого верстата на збирання надійшло 45%, з другого – 25%, з третього – 5%, з четвертого – 25% усіх деталей. Брак деталей серед верстатів відповідно складає: 0,2%; 0,3%; 0,4%; 0,5%. На збирання надійшла бракована деталь. Знайти ймовірність того, що вона виготовлена третім верстатом.

Варіант 28

1 Три гральних кістки підкидають по одному разу. Яка ймовірність того, що на 3 гранях випадуть всі однакові числа або всі різні?

2 Робітник обслуговує 3 верстати. Ймовірність того, що протягом години він буде обслуговувати перший верстат дорівнює 0,6, другий – 0,9, третій – 0,8. Знайти ймовірність того, що протягом години робітник буде обслуговувати: а) тільки два верстати; б) хоча б один верстат.

3 У ящику 10 деталей, з яких 8 пофарбовані. Навмання вибирають 3 деталі. Знайти ймовірність того, що всі взяті деталі пофарбовані.

4 Складальник отримав 3 коробки деталей, вироблених на заводі №1 і 2 коробки деталей заводу №2. Ймовірність того, що деталь заводу №1 стандартна, дорівнює 0,8, а заводу №2 – 0,9. Складальник навмання взяв деталь із навмання вибраної коробки. Знайти ймовірність того, що взята стандартна деталь.

5 Маємо 10 урн, в 9 з яких знаходяться по дві чорних і дві білих кулі, а в одній п’ять білих і одна чорна куля. Із навмання взятої урни дістають білу кулю. Знайти ймовірність того, що куля взята з урни, яка містить 5 білих і 1 чорну кулю.

Варіант 29

1 Серед 13 деталей, що містяться в ящику, 8 – стандартних, а решта – браковані. Навмання беруть 4 деталі. Яка ймовірність того, що взяті всі стандартні деталі або 2 стандартні і 2 браковані?

2 Ймовірність правильного оформлення рахунку на підприємстві складає 0,9. В час аудиторської перевірки були взяті 3 рахунки. Знайти ймовірність того, що: а) тільки 2 них оформлені правильно; б) хоча б один із взятих рахунків оформлений правильно?

3 У ящику 10 деталей, з яких 3 першого типу і 7 – другого. Для збирання агрегату потрібно взяти спочатку деталь першого типу, а потім - другого. Знайти ймовірність того, що навмання взяті деталі будуть в необхідній послідовності.

4 У групі спортсменів 20 лижників, 6 велосипедистів, 4 бігуна. Ймовірність виконати кваліфікаційну норму така: для лижника 0,9, для велосипедиста 0,8, для бігуна 0,75. Знайти ймовірність того, що спортсмен, вибраний навмання, виконає норму.

5 Два автомати виробляють деталі, які надходять на загальний конвеєр. Ймовірність отримати браковану деталь від автомата відповідно дорівнює 0,05; 0,08. Продуктивність першого автомата вдвічі менша продуктивності другого. Навмання взята з конвеєра деталь виявилась стандартною. Знайти ймовірність того, що вона виготовлена другим автоматом.

Варіант 30

1 Серед 10 водяних насосів 3 – мають дефект. Навмання вибирають 4 насоси. Яка ймовірність того, що серед вибраних насосів 2 без дефекту і 2 – з дефектом, або 3 без дефекту і 1 – з дефектом.

2 Ймовірність правильного оформлення рахунку на підприємстві складає 0,95. В час аудиторської перевірки були взяті 3 рахунки. Знайти ймовірність того, що: а) тільки 2 них оформлені правильно; б) хоча б один із взятих рахунків оформлений правильно?

3 Знайти ймовірність того, що навмання взяте двозначне число буде кратне 4, або 8, або 4 і 8.

4 Перша коробка містить 20 радіоламп, з яких 18 – стандартних, друга – 10 ламп, з яких 9 – стандартних. Із другої коробки навмання взята лампа і перекладена в першу. Знайти ймовірність того, що лампа взята навмання з першої коробки буде стандартна.

5 Прилад складається з двох вузлів. Ймовірність відмовлення вузла відповідно дорівнює 0,2; 0,3. При випробуванні прилад вийшов із ладу. Знайти ймовірність того, що відмовив перший вузол.

Завдання 3.2 Розв'язати задачі.

Варіант 1

1 У партії з 20 виробів 4 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 5 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 70 разів у 250 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,25.

3 Ймовірність появи події в кожному із 100 випробувань дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що ця подія з'явиться від 55 до 70 разів.

Варіант 2

1 У партії з 50 виробів 5 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 5 виробів 3 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 80 разів у 300 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,3.

3 Ймовірність появи події в кожному з 600 незалежних випробувань дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,04.

Варіант 3

1 У партії з 20 виробів 5 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 4 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 160 разів у 400 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,35.

3 Завод відправив на базу 10000 якісних виробів. Ймовірність пошкодження кожного виробу в дорозі дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що в дорозі буде пошкоджено 2 вироби.

Варіант 4

1 У партії з 25 виробів 6 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 5 виробів 3 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 160 разів у 350 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,4.

3 Ймовірність появи події в кожному із 500 випробувань дорівнює 0,7. Знайти ймовірність того, що ця подія з'явиться від 320 до 360 разів.

Варіант 5

1 У партії з 15 виробів 4 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 3 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 85 разів у 400 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,35.

3 Ймовірність появи події в кожному з 700 незалежних випробувань дорівнює 0,7. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,03.

Варіант 6

1 У партії з 20 виробів 6 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 4 виробів 1 – буде бракованим.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 220 разів у 500 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,4.

3 У автобусному парку 100 автобусів. Ймовірність бути зламаним протягом дня дорівнює 0,1. Знайти ймовірність того, що протягом дня вийдуть із ладу 12 автобусів.

Варіант 7

1 У партії з 30 виробів 4 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 3 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 270 разів у 550 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,45.

3 Ймовірність появи події в кожному із 600 випробувань дорівнює 0,75. Знайти ймовірність того, що ця подія з’явиться від 420 до 470 разів.

Варіант №8

1 У партії з 16 виробів 4 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 3 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 85 разів у 200 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,4.

3 Ймовірність появи події в кожному з 800 незалежних випробувань дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,02.

Варіант 9

1.В партії з 18 виробів 6 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 5 виробів 3 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 45 разів у 100 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,6.

3 В автобусному парку 200 автобусів. Ймовірність бути зламаним протягом дня дорівнює 0,03. Знайти ймовірність того, що протягом дня вийдуть із ладу 10 автобусів.

Варіант 10

1 У партії з 12 виробів 5 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 4 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 70 разів у 100 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,8.

3 Ймовірність появи події в кожному із 1000 випробувань дорівнює 0,85. Знайти ймовірність того, що ця подія з'явиться від 820 до 880 разів.

Варіант 11

1 У партії з 30 виробів 10 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 5 виробів 3 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 570 разів у 900 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,6.

3 Ймовірність появи події в кожному з 1000 незалежних випробувань дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,04.

Варіант 12

1 У партії з 20 виробів 8 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 6 виробів 4 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 550 разів у 800 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,7.

3 Ймовірність того, що будь-який з 1000 абонентів зателефонують на комутатор дорівнює 0,001. Знайти ймовірність того, що протягом години зателефонують 3 абоненти.

Варіант 13

1 У партії з 24 виробів 8 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 5 виробів 3 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 700 разів у 950 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,7.

3 Ймовірність появи події в кожному із 2000 випробувань дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що ця подія з'явиться від 770 до 820 разів.

Варіант 14

1 У партії з 22 виробів 6 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 4 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 820 разів у 1000 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,8.

3 Ймовірність появи події в кожному з 1000 незалежних випробувань дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,02.

Варіант 15

1 У партії з 20 виробів 5 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 3 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 650 разів у 800 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,75.

3 Ймовірність того, що будь-який з 1000 абонентів зателефонують на комутатор протягом години, дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що протягом години зателефонують 4 абоненти.

Варіант 16

1 У партії з 20 виробів 5 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 4 виробів 1– буде бракованим.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 800 разів у 980 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,8.

3 Ймовірність появи події в кожному із 1500 випробувань дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що ця подія з’явиться від 880 до 910 разів.

Варіант 17

1 У партії з 16 виробів 6 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 5 виробів 3 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 76 разів у 100 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,7.

3 Ймовірність появи події в кожному з 1400 незалежних випробувань дорівнює 0,62. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,03.

Варіант 18

1 У партії з 18 виробів 5 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 4 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 600 разів у 700 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,85.

3 Ймовірність того, що будь-який з 1000 абонентів зателефонують на комутатор протягом години дорівнює 0,004. Знайти ймовірність того, що протягом години зателефонують 2 абоненти.

Варіант 19

1 У партії з 14 виробів 4 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 3 виробів 1– буде бракованим.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 90 разів у 100 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,85.

3 Ймовірність появи події в кожному із 1500 випробувань дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що ця подія з'явиться від 1180 до 1230 разів.

Варіант 20

1 У партії з 10 виробів 4 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 3 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 620 разів у 1000 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,6.

3 Ймовірність появи події в кожному з 1300 незалежних випробувань дорівнює 0,64. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,02.

Варіант 21

1 У партії з 16 виробів 5 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 3 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 580 разів у 800 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,75.

3 Ймовірність того, що будь-який з 2000 абонентів зателефонують на комутатор протягом години дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що протягом години зателефонують 3 абоненти.

Варіант 22

1 У партії з 20 виробів 6 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 4 виробів 3 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 870 разів у 960 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,45.

3 Ймовірність появи події в кожному із 1700 випробувань дорівнює 0,82. Знайти ймовірність того, що ця подія з'явиться від 1520 до 1600 разів.

Варіант 23

1 У партії з 26 виробів 5 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 4 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 1150 разів у 1600 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,7.

3 Ймовірність появи події в кожному з 1300 незалежних випробувань дорівнює 0,53. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,01.

Варіант 24

1 У партії з 32 виробів 8 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 5 виробів 3 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 560 разів у 900 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,65.

3 Ймовірність того, що будь-який з 1700 абонентів зателефонують на комутатор протягом години дорівнює 0,003. Знайти ймовірність того, що протягом години зателефонують 2 абоненти.

Варіант 25

1 У партії з 34 виробів 10 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 6 виробів 4 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 1250 разів у 1960 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,65.

3 Ймовірність появи події в кожному із 1000 випробувань дорівнює 0,86. Знайти ймовірність того, що ця подія з’явиться від 850 до 900 разів.

Варіант 26

1 У партії з 30 виробів 6 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 5 виробів 3 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 1250 разів у 1650 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,73.

3 Ймовірність появи події в кожному з 1400 незалежних випробувань дорівнює 0,63. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,02.

Варіант 27

1 У партії з 25 виробів 5 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 3 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 750 разів у 900 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,85.

3 Ймовірність того, що будь-який з 2000 абонентів зателефонують на комутатор протягом години дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що протягом години зателефонують 3 абоненти.

Варіант 28

1 У партії з 24 виробів 6 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 4 виробів 3 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 850 разів у 990 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,85.

3 Ймовірність появи події в кожному із 1750 випробувань дорівнює 0,82. Знайти ймовірність того, що ця подія з'явиться від 1400 до 1450 разів.

Варіант 29

1 У партії з 28 виробів 8 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 5 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настає 950 разів у 1300 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,75.

3 Ймовірність появи події в кожному з 1500 незалежних випробувань дорівнює 0,58. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,02.

Варіант 30

1 У партії з 24 виробів 6 – браковані. Яка ймовірність того, що серед взятих навмання 3 виробів 2 – будуть бракованими.

2 Знайти ймовірність того, що подія А настане 1450 разів у 1900 випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,75.

3 Ймовірність того, що будь-який з 1800 абонентів зателефонують на комутатор протягом години дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що протягом години зателефонують 3 абоненти.

Завдання 3.3 Розв'язати задачі.

Варіант 1

У партії 20% нестандартних деталей. Навмання беруть 3 деталі. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа появи нестандартних деталей серед відібраних;

2 Побудувати многокутник розподілу;

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 2

У трьох урнах міститься по 8 чорних і 2 білих кулі. Із кожної урни навмання беруть по одній кулі. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа появи білих куль серед відібраних.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 3

Ймовірність того, що баскетболіст влучить в корзину під час одного кидання, дорівнює 0,9. По корзині було здійснено 3 кидання. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа влучень баскетболістом по корзині.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 4

Ймовірність того, що покупець, який навідався до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює 0,7. У магазин завітало три покупці. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа покупців, які здійснять покупку в магазині.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 5

У партії з 7 деталей 4 – стандартні. Навмання відібрані 3 деталі.
Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа стандартних деталей серед відібраних.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 6

Пристрій складається з трьох незалежно працюючих елементів. Ймовірність відмови кожного елемента в даному експерименті дорівнює 0,8.
Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа елементів, які відмовили в даному експерименті.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 7

Проведено 3 незалежних випробування. Ймовірність появи події в кожному випробуванні дорівнює 0,6. Потрібно:

1Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа появи події в трьох випробуваннях;

2 Побудувати многокутник розподілу;

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 8

Перевіркою якості встановлено, що з кожних 100 деталей 75 не мають дефекту. Навмання беруть 3 деталі. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа деталей без дефекту серед взятих трьох.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 9

Проводиться 3 незалежних випробування, ймовірність появи події в кожному випробуванні дорівнює 2/3. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа можливих виходів появи події.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 10

У місті 3 оптових бази. Ймовірність того, що потрібний товар відсутній на цих базах дорівнює 0,2. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа баз, на яких товар відсутній.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 11

Ймовірність того, що в даний день робочого тижня на заводі не буде витрачено електроенергії вище норми, дорівнює 0,8. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа днів в тиждень при п`яти робочих днях в тижні, в який електроенергія витрачена вище норми.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 12

Ймовірність влучень в ціль при одному пострілі дорівнює 0,7. Зроблено 3 постріли. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа влучень в ціль.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 13

Ймовірність придбання в магазині потрібної студенту книги дорівнює 0,3. У місті 3 магазини. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа магазинів, які відвідав студент.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 14

Гральну кістку кинули 3 рази. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа випавших шестірок, що з'явилися.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 15

Ймовірність народження хлопчика дорівнює 0,515. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа хлопчиків в сім'ї, де троє дітей.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 16

У грошовій лотереї 50 білетів. Розігрується 2 виграшу по 10 гривень і один – 30 гривень. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – вартості можливого виграшу для володаря 1 білета.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 17

У партії 25 виробів, серед яких 6 – бракованих, навмання відібрані 3 вироби. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа бракованих виробів серед відібраних.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 18

Ймовірність влучення м`яча в корзину при одному киданні дорівнює 0,6. Проведено 3 кидання. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа влучень м`яча в корзину.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 19

На базу поступило 1000 приборів. Ймовірність пошкодження прибору в дорозі дорівнює 0,003. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа пошкоджених приборів в дорозі.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 20

Ймовірність влучення в літак при кожному пострілі з гармати дорівнює 0,8. Зроблено 3 постріли. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа влучень в літак.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 21

Серед 10 годинників 6 – потрібен ремонт. Навмання відбираються 3 годинники. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа годинників, що не потребують ремонт, серед відібраних.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 22

У партії з 10 виробів 8 – стандартних. Навмання відбираються 3 вироби. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа стандартних виробів серед відібраних.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 23

Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі з гармати дорівнює 0,4. Зроблено 3 постріли. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа влучень з гармати при 3 пострілах.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 24

У рекламних цілях торгова фірма вкладає у кожну десяту одиницю товару приз 1000 гривень. Зроблено 3 покупки. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – розміру виграшу в результаті зроблених покупок.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 25

Двом танкам необхідно подолати мінне поле. Ймовірність того, що перший танк подолає мінне поле дорівнює 0,6, другий – 0,7. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа танків, що подолали мінне поле.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 26

На шляху руху автомобіля 3 світлофори, кожен з яких дозволяє, або забороняє подальший рух із імовірністю 0,5. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа світлофорів, пройдених автомобілем до першої зупинки.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 27

У деякому цеху брак складає 10 % від усіх виробів. Навмання беруть 3 вироби. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа бракованих виробів серед відібраних.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 28

На 20 приладів припадає 6 – неточних. Навмання беруть 3 прилади. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа точних приладів серед відібраних.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 29

Із 10 телевізорів, виставлених на виставці, 4 виявились фірми “Soni”. Навмання для огляду взято 3 телевізори. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа телевізорів фірми “Soni” серед взятих.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики M(X), D(X), σ (X).

4 Знайти інтегральну функцію розподілу F(x) і побудувати її графік.

Варіант 30

Радіолокаційна станція здійснює спостереження за трьома об`єктами, кожен з яких може бути втраченим з імовірністю 0,1. Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини *X* – числа об`єктів, які можуть бути втраченими.

2 Побудувати многокутник розподілу.

3 Знайти числові характеристики *M(X), D(X), σ (X).*

4 Знайти інтегральну функцію розподілу *F(x)* і побудувати її графік.

Завдання 3.4 Дана щільність *f(x)* розподілу випадкової величини *X*. Знайти:

1 Коефіцієнт с.

2 Інтегральну функцію розподілу *F(x).*

3 Побудувати графіки функцій *f(x)* і *F(x).*

4 Числові характеристики *M(X); D(X); σ(X).*

Варіант 1

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -2,\\ c, & -2<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

Варіант 2

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ cx-\dfrac{1}{2}, & 1<x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$$

Варіант 3

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ cx^2, & 0<x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$$

Варіант 4

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ cx^3, & 1<x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$$

Варіант 5

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -2,\\ c(x+3)\ , & -2<x\le -1,\\ 0, & x>-1.\end{cases}$$

Варіант 6

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ c(2-x)\ , & 0<x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$$

Варіант 7

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -2,\\ 4c\ , & -2<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

Варіант 8

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ cx\ , & 1<x\le 4,\\ 0, & x>4.\end{cases}$$

Варіант 9

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ cx^4, & 0<x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$$

Варіант 10

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ cx(x+1)\ , & 0<x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$$

Варіант 11

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ cx^2, & 0<x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$$

Варіант 12

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ cx(1-x)\ , & 0<x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$$

Варіант 13

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ 2cx\ , & 0<x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$$

Варіант 14

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ c(4x-x^3)\ , & 0<x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$$

Варіант 15

Варіант 16

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ c(3x-x^2)\ , & 0<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

Варіант 17

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ c(x^2+x-6)\ , & 2<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

Варіант 19

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -2,\\ c(x+2)\ , & -2<x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$$

Варіант 21

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ c(x+1)\ , & -1<x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$$

Варіант 23

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ c(x^2+x-2)\ , & 1<x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$$

Варіант 25

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ c(x^2+3x)\ , & -3<x\le -2,\\ 0, & x>-2.\end{cases}$$

Варіант 27

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ c(x^2-2x)\ , & 2<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

Варіант 29

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -5,\\ c(x^2+7x-10)\ , & -5<x\le -4,\\ 0, & x>-4.\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ c(x^2+2x)\ , & 0<x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$$

Варіант 18

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ c\sqrt[3]{x}\ , & 0<x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$$

Варіант 20

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ c(1-x^2)\ , & -1<x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$$

Варіант 22

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ c(x+3)\ , & -3<x\le 0,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

Варіант 24

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 3,\\ c(x^2-4x-3)\ , & 3<x\le 4,\\ 0, & x>4.\end{cases}$$

Варіант 26

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -2,\\ c(x^2+2x)\ , & -2<x\le -1,\\ 0, & x>-1.\end{cases}$$

Варіант 28

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -4,\\ c(x^2+4x)\ , & -4<x\le -3,\\ 0, & x>-3.\end{cases}$$

Варіант 30

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -4,\\ c(x^2+6x-8)\ , & -4<x\le -3,\\ 0, & x>-3.\end{cases}$$

Завдання 3.5 Дана щільність *f(x)* рівномірно розподіленої випадкової величини *X* (таблиця 1).

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le a\\ \dfrac{1}{b-a}, & a<x\le b,\\ 0, & x>b\end{cases}$$

Знайти:

1 інтегральну функцію розподілу $F(x)$;

2 побудувати графіки функцій $F(x)$, $f(x)$;

3 числові характеристики рівномірного розподілу $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

Таблиця 1

Варіант	a	b	Варіант	a	b
1	1	5	16	7	11
2	2	7	17	8	13
3	3	6	18	9	12
4	4	8	19	1	6
5	5	9	20	2	5
6	6	10	21	3	7
7	7	12	22	4	8
8	8	11	23	5	9
9	9	14	24	6	11
10	1	4	25	7	10
11	2	6	26	8	12
12	3	5	27	9	14
13	4	8	28	1	3
14	5	7	29	2	5
15	6	9	30	3	8

Завдання 3.6 Неперервна випадкова величина має нормальний розподіл. Її математичне сподівання дорівнює a, середнє квадратичне відхилення σ (таблиця 2).

Знайти:

1 ймовірність попадання випадкової величини X в інтервал $(\alpha; \beta)$;

2 ймовірність абсолютної величини відхилення випадкової величини X від її математичного сподівання;

3 ймовірність того, що $|X - M(X)| < \varepsilon$, якщо відома дисперсія $D(X)$.

Таблиця 2

Варіант	a	σ	α	β	δ	ε	$D(X)$
1	10	1	8	14	2	0.2	0.004
2	12	2	8	14	4	0.3	0.009
3	14	3	10	15	6	0.4	0.016
4	16	2	15	18	8	0.5	0.025
5	18	1	16	21	10	0.6	0.036
6	20	2	17	22	12	0.1	0.001
7	24	1	20	26	14	0.15	0.0225
8	26	3	23	27	16	0.16	0.0256
9	28	2	24	30	18	0.17	0.0289
10	30	1	27	32	20	0.18	0.0324
11	32	3	30	35	3	0.2	0.004

12	34	1	30	36	5	0.3	0.009
13	36	2	34	37	7	0.4	0.016
14	38	3	37	41	9	0.5	0.025
15	40	2	39	42	11	0.6	0.036
16	40	4	36	43	1	0.1	0.001
17	38	2	35	40	2	0.15	0.0225
18	42	4	40	43	3	0.16	0.0256
19	44	5	41	45	3	0.17	0.0289
20	45	5	43	48	2	0.18	0.0324
21	46	4	44	48	1	0.2	0.004
22	48	5	45	49	4	0.3	0.009
23	50	6	48	53	5	0.4	0.016
24	52	4	50	55	6	0.5	0.025
25	54	3	53	56	7	0.6	0.036
26	56	4	55	58	2	0.1	0.001
27	58	5	56	61	8	0.15	0.0225
28	60	6	58	63	4	0.16	0.0256
29	62	5	59	64	5	0.17	0.0289
30	64	6	60	66	7	0.18	0.0324

Зразок виконання контрольної роботи №3

Завдання 3.1 Розв’язати задачі, використовуючи основні теореми теорії ймовірностей.

1 Два автомати виготовляють однакові деталі, які надходять на загальний конвеєр. Продуктивність першого автомата вдвічі більше другого. Перший автомат виготовляє 70% деталей відмінної якості, другий – 85%. Навмання взята з конвеєра деталь виявилась відмінної якості. Знайти ймовірність того, що ця деталь виготовлена першим автоматом.

2 Знайти ймовірність того, що навмання взяте двозначне число виявиться кратним або 2, або 5, або і 2, і 5 одночасно (подія A).

3 У разі збільшення напруги може відбутися розрив електричного кола внаслідок виходу з ладу одного з трьох послідовно з’єднаних елементів. Імовірності відмови елементів відповідно дорівнюють 0,2, 0,3 і 0,4. Обчислити ймовірність того, що розриву кола не відбудеться.

4 У першій коробці міститься 20 радіоламп, із них 18 стандартних; у другій – 10 радіоламп, із них 9 стандартних. Із другої коробки навмання взята одна радіолампа і перекладена в першу. Знайти ймовірність того, що радіолампа, взята навмання з першої коробки, буде стандартною (подія A).

5 Ймовірність хоча б одного влучення в ціль в результаті чотирьох пострілів (подія A) дорівнює 0,9984. Знайти ймовірність влучення в ціль в результаті одного пострілу (подія A_1).

Розв’язання.

1 Позначимо: подія A – деталь відмінної якості. Можна зробити два припущення: B_1 – деталь виготовлена першим автоматом, причому за умовою задачі, перший автомат виготовляє вдвічі більше деталей, ніж другий, тому $P(B_1)=\frac{2}{3}$; B_2 – деталь виготовлена другим автоматом, причому $P(B_2)=\frac{1}{3}$.

Умовна ймовірність того, що деталь відмінної якості виготовлена першим автоматом $P_{B_1}(A)=0{,}7$. Для другого автомату ця ймовірність дорівнює $P_{B_2}(A)=0{,}85$. Ймовірність того, що взята навмання деталь виявиться відмінної якості, обчислюється за формулою повної ймовірності:

$$P(A)=P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)+P(B_2)\cdot P_{B_2}(A)=\frac{2}{3}\cdot 0{,}7+\frac{1}{3}\cdot 0{,}85=0{,}75.$$

Шукана ймовірність того, що взята деталь відмінної якості, виготовлена першим автоматом, за формулою Бейєса дорівнює:

$$P_A(B_1)=\frac{P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)}{P(A)}=\frac{2/3\cdot 0{,}7}{0{,}75}=0{,}62.$$

2 Введемо події: A_1 – навмання взяте двозначне число кратне 2, A_2 – навмання взяте двозначне число кратне 5. Тоді подію А можна розглядати як суму подій A_1 і A_2, тобто $A=A_1+A_2$. Оскільки події A_1 і A_2 сумісні, то за теоремою про ймовірність суми двох сумісних подій одержуємо:

$$P(A)=P(A_1+A_2)=P(A_1)+P(A_2)-P(A_1A_2).$$

Двозначні числа – це 10, 11, ..., 98, 99. Усіх їх 90. Очевидно 45 із них кратні 2 (сприятливі події A_1), 18 кратні 5 (сприятливі події A_2) і, нарешті, 9 кратні і 2, і 5 одночасно (сприятливі події A_1A_2). Тому за означенням імовірності

$$P(A_1)=\frac{45}{90}=0{,}5;\quad P(A_2)=\frac{18}{90}=0{,}2;\quad P(A_1A_2)=\frac{9}{90}=0{,}1$$

і отже, шукана ймовірність

$$P(A)=0{,}5+0{,}2-0{,}1=0{,}6.$$

3 Нехай події $\overline{A_1}$, $\overline{A_2}$, $\overline{A_3}$ означають вихід із ладу відповідно першого, другого і третього елементів. Їх ймовірність за умовою відповідно дорівнює:

$$P(\overline{A_1})=q_1=0{,}2;P(\overline{A_2})=q_2=0{,}3;P(\overline{A_3})=q_3=0{,}4.$$

Тоді ймовірність протилежних подій A_1, A_2, A_3 (відповідно перший, другий і третій елементи не виходять із ладу, тобто працюють) дорівнює:

$$p_1=1-q_1=0{,}8;\ p_2=1-q_2=0{,}7;\ p_3=1-q_3=0{,}6.$$

Подія A, яка полягає в тому, що розриву кола не відбудеться, є суміщення незалежних подій A_1, A_2, A_3, тобто $A=A_1A_2A_3$.

Отже, за теоремою про ймовірність сумісної появи декількох подій, незалежних у сукупності, шукана ймовірність

$$P(A) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = p_1 p_2 p_3 = 0{,}8 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}6 = 0{,}336.$$

4 Із другої коробки могла бути взята і перекладена в першу або стандартна радіолампа (подія A_1), або нестандартна (подія A_2). Ймовірність цих подій - $P(A_1) = \frac{9}{10}$ і $P(A_2) = \frac{1}{10}$. Подія А може настати лише сумісно або з подією A_1, або з подією A_2, які утворюють повну групу, бо $P(A_1) + P(A_2) = 0{,}9 + 0{,}1 = 1$. Тому за теоремою додавання

$$P(A) = P(AA_1 + AA_2) = P(AA_1) + P(AA_2).$$

Ураховуючи далі, що події AA_1 і AA_2 залежні, за теоремою множення будемо мати:

$$P(AA_1) = P(A_1)P_{A_1}(A); P(AA_2) = P(A_2)P_{A_2}(A).$$

Отже,

$$P(A) = P(A_1)P_{A_1}(A) + P(A_2)P_{A_2}(A).$$

Умовна ймовірність того, що з першої коробки взята стандартна радіолампа за умови, що з другої коробки в першу перекладена стандартна радіолампа, $P_{A_1}(A) = \frac{19}{21}$, бо в першій коробці тепер знаходиться 21 радіолампа. Серед цієї кількості радіоламп 19 є стандартними.

Умовна ймовірність того, що з першої коробки взята стандартна радіолампа, за умови, що з другої коробки в першу перекладена нестандартна, $P_{A_2}(A) = \frac{18}{21}$, бо в першій коробці тепер знаходиться 21 радіолампа, а стандартних., як і раніше, 18.

Таким чином, шукана ймовірність

$$P(A) = \frac{9}{10} \cdot \frac{19}{21} + \frac{1}{10} \cdot \frac{18}{21} = 0{,}9.$$

5 Якщо події $A_1, A_2, ..., A_n$ мають однакову ймовірність появи хоча б однієї з цих подій, то $P(A) = 1 - q^n$;

За умовою відомо, що *P(A)* = 0,9984, *n* = 4 (кількість пострілів), тому

$0{,}9984 = 1 - q^4$ або $q^4 = 1 - 0{,}9984 = 0{,}0016$, звідки q = 0,2.

Таким чином, $q = P(\overline{A_1}) = 0{,}2$, отже, шукана ймовірність:

$$P(A_1) = p = 1 - 0{,}2 = 0{,}8.$$

Завдання 3.2 Розв'язати задачі.

1 Для нормальної роботи автобази на лінії повинні бути не менше 8 машин, а їх всього 10. Ймовірність невиходу на лінію кожної автомашини дорівнює 0,1. Знайти ймовірність нормальної роботи автобази на найближчий день.

2 Ймовірність виготовлення виробів вищого ґатунку на даному підприємстві дорівнює 0,4. Знайти ймовірність того, що серед 26 виробів, навмання взятих, половина матиме вищий ґатунок.

3 Ймовірність появи події в кожному з 900 незалежних випробувань дорівнює 0,5. Знайти ймовірність того, що відносна частота появи події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною не більше, ніж на 0,02.

Розв'язання.

1 Автобаза буде працювати нормально (подія D), якщо на лінію вийдуть або 8 (подія A), або 9 (подія B), або 10 (подія C) автомашин. За теоремою додавання ймовірностей

$$P(D) = P(A) + P(B) + P(C) = P_{10}(8) + P_{10}(9) + P_{10}(10).$$

Кожний доданок знайдемо за формулою Бернуллі.

Оскільки ймовірність невиходу автомашини на лінію дорівнює 0,1, то ймовірність виходу автомашини на лінію буде рівна 0,9, оскільки p=0,9, q=0,1. Із умови задачі n = 10, k = 8, 9, 10. Отже, $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$.

$$P(D) = C_{10}^8 \cdot (0{,}9)^8 \cdot (0{,}1)^2 + C_{10}^9 \cdot (0{,}9)^9 \cdot 0{,}1 + C_{10}^{10} \cdot (0{,}9)^{10} \cdot (0{,}1)^0 =$$
$$= 0{,}1937 + 0{,}3874 + 0{,}3487 = 0{,}9298.$$

2 За умовою : n = 26, $к$ = 13, p = 0,4 і q = 0,6. Оскільки n = 26 - велике число, скористаємося локальною теоремою Лапласа:

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x), \text{ де } x = \frac{к - np}{\sqrt{npq}}.$$

Знаходимо значення x:

$$x = \frac{13 - 26 \cdot 0{,}4}{\sqrt{26 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6}} \approx \frac{2{,}6}{2{,}5} = 1{,}04.$$

За додатком А знаходимо $\varphi(x) = \varphi(1{,}04) = 0{,}2323$. Шукана ймовірність

$$P_{26}(13) \approx \frac{0{,}2323}{2{,}5} \approx 0{,}093.$$

3 За умовою задачі n = 900, p = 0,5, q = 0,5, ε = 0,02. Треба знайти ймовірність $P\left(\left|\frac{m}{900} - 0{,}5\right| \le 0{,}02\right)$. Скористаємося формулою $P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \le \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right)$.

Маємо $P\left(\left|\frac{m}{900} - 0{,}5\right| \le 0{,}02\right) = 2\Phi\left(0{,}02 \cdot \sqrt{\frac{900}{0{,}5 \cdot 0{,}5}}\right) = 2\Phi(1{,}2).$

Із доданка Б знаходимо $\Phi(1{,}2) = 0{,}3849$. Отже, шукана ймовірність

$$P\left(\left|\frac{m}{900} - 0{,}5\right| \le 0{,}02\right) \approx 2 \cdot 0{,}3849 = 0{,}7698.$$

Завдання 3.3

У партії з шести деталей міститься чотири стандартних. Навмання відібрано три деталі (без повернення). Потрібно:

1 Скласти закон розподілу дискретної випадкової величини X – числа появи нестандартних деталей серед відібраних;

2 Побудувати многокутник розподілу;

3 Знайти числові характеристики $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

4 Знайти інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік.

Розв'язання.

1 Випадкова величина X - число стандартних деталей серед відібраних має наступні можливі значення: $x_2 = 1$ (одна деталь стандартна), $x_3 = 2$ (дві деталі стандартні), $x_4 = 3$ (усі три деталі стандартні). Ймовірності цих значень відповідно дорівнюють:

$$P(X=1)=\frac{C_4^1\cdot C_2^2}{C_6^3}=\frac{4\cdot1\cdot1\cdot2\cdot3}{6\cdot5\cdot4}=\frac{1}{5};\quad P(X=2)=\frac{C_4^2\cdot C_2^1}{C_6^3}=\frac{4\cdot3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot3}{1\cdot2\cdot1\cdot6\cdot5\cdot4}=\frac{3}{5};$$

$$P(X=3)=\frac{C_4^3\cdot C_2^0}{C_6^3}=\frac{4\cdot1\cdot1\cdot2\cdot3}{1\cdot6\cdot5\cdot4}=\frac{1}{5};$$

Шуканий закон розподілу X має вигляд:

X	1	2	3
P	1/5	3/5	1/5

Контроль: $\sum_{i=1}^{4} p_i = 0+\frac{1}{5}+\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=1.$

2 Будуємо многокутник розподілу (рис. 3.1)

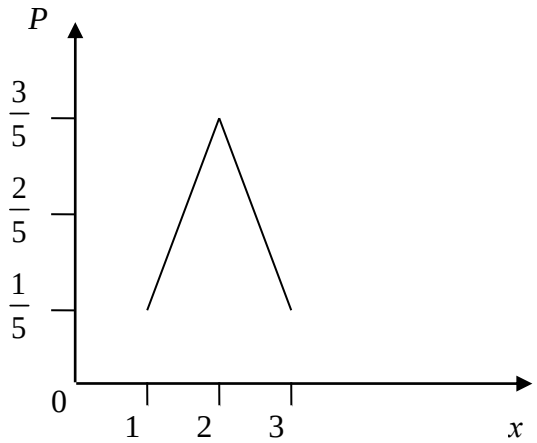


Рисунок 3.1

3 Знаходимо математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення випадкової величини

$$M(X)=\sum_{i=1}^{3} x_i\cdot p_i = 1\cdot\frac{1}{5}+2\cdot\frac{3}{5}+3\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{5}+\frac{6}{5}+\frac{3}{5}=2,$$

$$D(X)=\sum_{i=1}^{3} x_i^2\cdot p_i-(M(X))^2=1\cdot\frac{1}{5}+4\cdot\frac{3}{5}+9\cdot\frac{1}{5}-4=\frac{1}{5}+\frac{12}{5}+\frac{9}{5}-4=\frac{22}{5}-4=\frac{2}{5},$$

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{\frac{2}{5}}.$$

4 а) Якщо $x \le 1$, то $F(x)$=0. Дійсно, значень, менших за число 1, величина X не набуває. Отже, при $x \le 1$ функція $F(x) = P(X < x) = 0$.

б) Якщо $1 < x \le 2$, то $F(x)$ =0,2. Дійсно, X може набути значення 1 з ймовірністю 0,2.

в) Якщо $2 < x \le 3$, то $F(x)$ =0,8. Дійсно, X може набути значення 1 з ймовірністю 0,2 і значення 3 з імовірністю 0,6. Отже, одного з цих значень, байдуже яке саме, X може набути (за теоремою додавання ймовірностей несумісних подій) з імовірністю 0,2 + 0,6 = 0,8.

г) Якщо $x > 3$, то $F(x) = 1$. Дійсно, подія $X \le 3$ вірогідна і тому її ймовірність дорівнює одиниці.

Таким чином, шукана інтегральна функція аналітично може бути записана таким чином:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x \le 1, \\ 0{,}2 & при \quad 1 < x \le 2, \\ 0{,}8 & при \quad 2 < x \le 3, \\ 1 & при \quad x > 3. \end{cases}$$

Графік інтегральної функції зображений на рис. 3.2

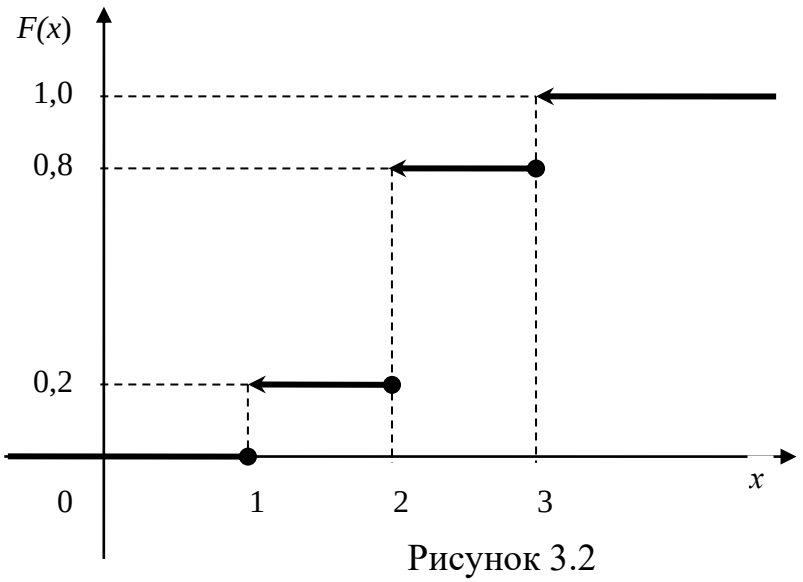


Рисунок 3.2

Завдання 3.4 Дана щільність $f(x)$ розподілу випадкової величини X.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x \le 0, \\ C(4x - x^3) & при \quad 0 < x \le 2, \\ 0 & при \quad x > 2. \end{cases}$$

Знайти:

1 Коефіцієнт C.

2 Інтегральну функцію розподілу $F(x)$.

3 Побудувати графіки функцій $f(x)$ і $F(x)$.

4 Числові характеристики $M(X)$; $D(X)$; $\sigma(X)$.

Розв'язання.

1 Функція $f(x)$ може бути прийнята за щільність ймовірності, якщо

$$f(x) \geq 0 \quad \text{і} \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$$

Беручи до уваги, що при $x < 0$ і $x > 2$ функція $f(x) = 0$, отримаємо

$$\int_0^2 a(4x - x^3)dx = 1.$$

Обчислюючи інтеграл, будемо мати

$$C(2x^2 - \frac{x^4}{4})\Big|_0^2 = 1 \text{ або } C(8-4) = 1, \text{ звідки } C = \frac{1}{4}.$$

Тобто щільність імовірності неперервної випадкової величини X має вигляд:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & при \;\; x \leq 0, \\ \frac{1}{4}(4x - x^3) & при \;\; 0 < x \leq 2, \\ 0 & при \;\; x > 2 \end{cases}$$

2 Знаходимо інтегральну функцію розподілу за формулою:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx.$$

Якщо $x \leq 0$, то $f(x) = 0$, отже, $F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} 0 \cdot dx = 0.$

Якщо $0 < x \leq 2$, то

$$F(x) = \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_0^x \frac{1}{4}(4x - x^3)dx = \frac{1}{4}(2x^2 - \frac{x^4}{4})\Big|_0^x = \frac{1}{4}(2x^2 - \frac{x^4}{4}).$$

Якщо $x > 2$, то

$$F(x) = \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_0^2 \frac{1}{4}(4x - x^3)dx + \int_2^x 0dx = \frac{1}{4}(2x^2 - \frac{x^4}{4})\Big|_0^2 = 1.$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & при \;\; x \leq 0, \\ \frac{1}{4}(2x^2 - \frac{x^4}{4}) & при \;\; 0 < x \leq 2, \\ 1 & при \;\; x > 2. \end{cases}$$

3 Побудуємо графіки функцій $f(x)$ (рис. 3.3) і $F(x)$ (рис. 3.4).

4 Тепер знаходимо математичне сподівання X:

$$M(X) = \int_a^в xf(x)dx = \int_0^2 \frac{1}{4}x(4x - x^3)dx = \frac{1}{4}\int_0^2 (4x^2 - x^4)dx = \frac{1}{4}\left(\frac{4x^3}{3} - \frac{x^5}{5}\right)\Bigg|_0^2 =$$

$$= \frac{1}{4}(\frac{32}{3} - \frac{32}{5}) = 8(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}) = \frac{16}{15}.$$

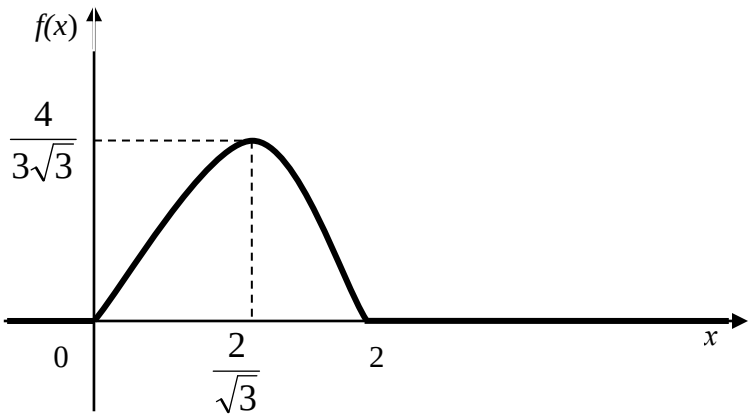


Рисунок 3.3

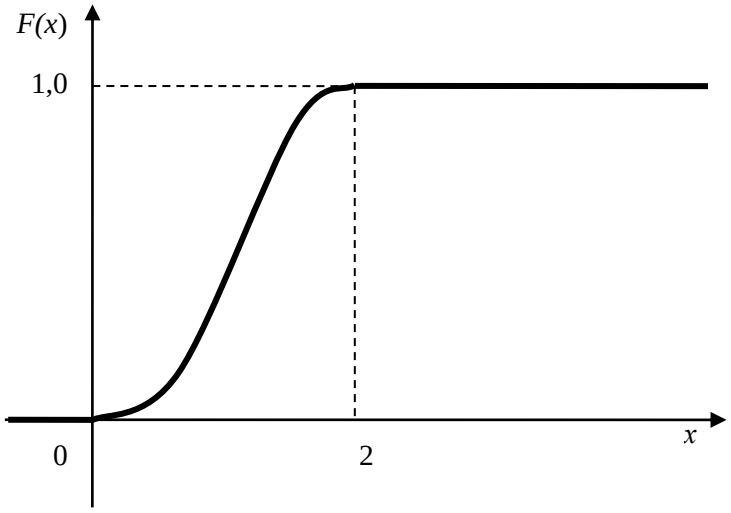


Рисунок 3.4

Далі знаходимо дисперсію випадкової величини *X*.

$$D(X)=\int_a^b x^2 f(x)dx - M^2(X)=\int_0^2 \frac{1}{4}x^2(4x-x^3)dx-\left(\frac{16}{15}\right)^2=\frac{1}{4}\int_0^2(4x^3-x^5)dx-\frac{256}{225}=$$

$$=\frac{1}{4}(x^4-\frac{x^6}{6})\Big|_0^2-\frac{256}{225}=\frac{1}{4}(16-\frac{32}{3})-\frac{256}{225}=\frac{4}{3}-\frac{256}{225}=\frac{300-256}{225}=\frac{44}{225}.$$

Обчислюємо середнє квадратичне відхилення *X*:

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\sqrt{\frac{44}{225}}=\frac{2}{15}\sqrt{11}\approx 0{,}44.$$

Завдання 3.5 Дана щільність *f(x)* рівномірно розподіленої випадкової величини X ($a=2, b=5$).

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x\le a \\ \dfrac{1}{b-a}, & a<x\le b, \\ 0, & x>b. \end{cases}$$

Знайти:

1 інтегральну функцію розподілу *F(x);*

2 побудувати графіки функцій *F(x), f(x);*

3 числові характеристики рівномірного розподілу *M(X), D(X), σ(X).*

Розв'язання. За умовою задачі щільність імовірності має вигляд:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 2\\ \frac{1}{3}, & 2<x\le 5,\\ 0, & x>5\end{cases}$$

1 Знаходимо інтегральну функцію розподілу за формулою: $F(x)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx.$

Якщо $x\le 2$, то $f(x)=0$, отже, $F(x)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} 0\cdot dx=0.$

Якщо $2<x\le 5$, то $F(x)=\int\limits_{-\infty}^{2} 0dx+\int\limits_{2}^{x}\frac{1}{3}dx=\frac{1}{3}x\,|_2^x=\frac{1}{3}(x-2).$

Якщо $x>5$, то $F(x)=\int\limits_{-\infty}^{2} 0dx+\int\limits_{2}^{5}\frac{1}{3}dx+\int\limits_{5}^{x} 0dx=\frac{1}{3}x\,|_2^5=1.$

$$F(x)=\begin{cases}0 & при\quad x\le 2,\\ \frac{1}{3}(x-2) & при\quad 2<x\le 5,\\ 1 & при\quad x>5.\end{cases}$$

2 Побудуємо графіки функцій *F(x)* (рис. 3.5), *f(x)* (рис. 3.6).

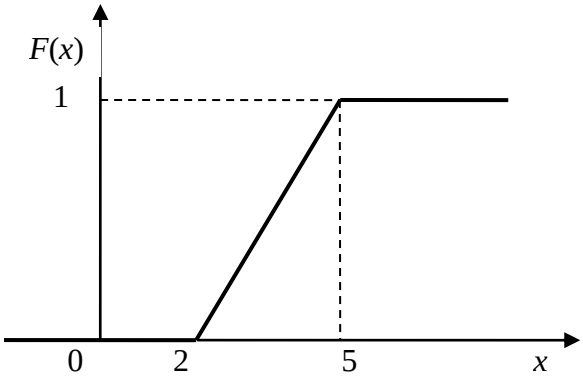


Рисунок 3.5

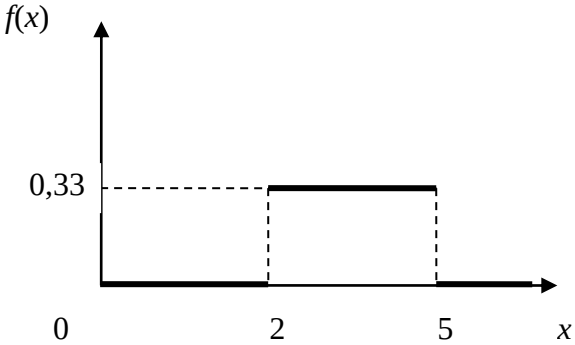


Рисунок 3.6

3 Знаходимо числові характеристики рівномірно розподіленої випадкової величини:

$$M(x)=\frac{a+b}{2}=\frac{2+5}{2}=3,5;\quad D(X)=\frac{(b-a)^2}{12}=\frac{(5-2)^2}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4};$$

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Завдання 3.6 Неперервна випадкова величина має нормальний розподіл. Її математичне сподівання дорівнює *a=20*, середнє квадратичне відхилення $\sigma=5$, $\delta=0,2$.

Знайти:

1 ймовірність попадання випадкової величини *X* в інтервал (15; 25);

2 ймовірність абсолютної величини відхилення випадкової величини *X* від її математичного сподівання;

3 ймовірність того, що $|X-M(X)|<0,18$, якщо відома дисперсія *D(X)*= =0,03.

Розв'язання.

1 Враховуючи, що випадкова величина X розподілена нормально, а також беручи до уваги, що $a=20,\quad \sigma=5,\quad \alpha=15,\quad \beta=25$, за формулою (6,7) знаходимо

$$P(15<X<25)=\Phi\left(\frac{25-20}{5}\right)-\Phi\left(\frac{15-20}{5}\right)=\Phi(1)-\Phi(-1)=\Phi(1)+\Phi(1)=$$

$$=2\Phi(1)=2\cdot 0,3413=0,6826.$$

Значення функції Лапласа $\Phi(1)=0,3413$ знайдено за додатком Б. Враховано також, що $\Phi(-x)=-\Phi(x)$.

2 Знайдемо ймовірність абсолютної величини відхилення випадкової величини *X* від її математичного сподівання за формулою: $P(|X-a|<\delta)=2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)$.

Враховуючи, що математичне сподівання дорівнює *a=20*, середнє квадратичне відхилення $\sigma=5$, $\delta=0,2$, одержуємо:

$$P(|X-20|<0,2)=2\Phi\left(\frac{0,2}{5}\right)=2\Phi(0,04)=2\cdot 0,016=0,032.$$

3 Використовуючи нерівність Чебишева, маємо:

$$P(|X-M(X)|<\varepsilon)\geq 1-\frac{D(X)}{\varepsilon^2},\quad P(|X-M(X)|<0,18)\geq 1-\frac{0,03}{0,18^2}\geq 0,074.$$

Контрольна робота №4
«Математична статистика»

Завдання 4.1 Заданий ряд розподілу випадкової величини X й середнє квадратичне відхилення (таблиця 3). Необхідно:

1 знайти відносні частоти розподілу випадкової величини X;

2 побудувати полігон і гістограму частот і відносних частот;

3 знайти вибіркову середню випадкової величини X;

4 знайти вибіркову й виправлену дисперсії випадкової величини X;

5 знайти емпіричну функцію розподілення;

6 знайти довірчий інтервал із надійністю 0,95 для оцінки математичного сподівання нормального розподілення X при відомому середньому квадратичному відхиленні.

Таблиця 3

1	Частковий інтервал випадкової величини X	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	σ
	n_i	5	10	30	35	15	5	2
2	Частковий інтервал випадкової величини X	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30	30-36	σ
	n_i	4	16	20	25	30	5	3
3	Частковий інтервал випадкової величини X	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	σ
	n_i	5	10	30	35	15	5	3,2
4	Частковий інтервал випадкової величини X	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	σ
	n_i	4	12	24	28	22	10	2,4
5	Частковий інтервал випадкової величини X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	σ
	n_i	8	14	35	35	6	2	2,3
6	Частковий інтервал випадкової величини X	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	σ
	n_i	5	10	20	35	15	15	2,2
7	Частковий інтервал випадкової величини X	0-7	7-14	14-21	21-28	28-35	35-42	σ
	n_i	5	10	20	35	15	15	4,2
8	Частковий інтервал випадкової величини X	0-8	8-16	16-24	24-32	32-40	40-48	σ
	n_i	5	15	30	30	15	5	2,5
9	Частковий інтервал випадкової величини X	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	σ
	n_i	8	13	39	25	10	5	2,6
10	Частковий інтервал випадкової величини X	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	σ
	n_i	11	19	30	32	6	2	2,2
11	Частковий інтервал випадкової величини X	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30	30-36	σ
	n_i	5	19	29	20	15	12	2,7

12	Частковий інтервал випадкової величини X	0-3	3-6	6-9	9-12	12-15	15-18	σ
	n_i	5	10	20	35	15	15	2,8
13	Частковий інтервал випадкової величини X	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	σ
	n_i	5	10	30	28	22	5	3,4
14	Частковий інтервал випадкової величини X	0-9	9-18	18-27	27-36	36-45	45-54	σ
	n_i	5	10	30	22	18	15	2,9
15	Частковий інтервал випадкової величини X	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	σ
	n_i	5	17	30	28	15	5	2
16	Частковий інтервал випадкової величини X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	σ
	n_i	5	15	25	35	15	5	4,2
17	Частковий інтервал випадкової величини X	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	σ
	n_i	5	20	25	30	15	5	2,7
18	Частковий інтервал випадкової величини X	0-8	8-16	16-24	24-32	32-40	40-48	σ
	n_i	5	14	26	35	15	5	2,8
19	Частковий інтервал випадкової величини X	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	σ
	n_i	15	10	25	30	15	5	2,3
20	Частковий інтервал випадкової величини X	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	σ
	n_i	5	10	30	24	26	5	4,1
21	Частковий інтервал випадкової величини X	0-9	9-18	18-27	27-36	36-45	45-54	σ
	n_i	2	13	24	35	15	11	2,5
22	Частковий інтервал випадкової величини X	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	σ
	n_i	5	10	30	23	27	5	3,5
23	Частковий інтервал випадкової величини X	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	σ
	n_i	15	18	17	30	15	5	3,7
24	Частковий інтервал випадкової величини X	0-6	6-12	12-18	18-24	24-30	30-36	σ
	n_i	5	10	30	33	15	7	2,9
25	Частковий інтервал випадкової величини X	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	σ
	n_i	7	13	30	30	15	5	4,4
26	Частковий інтервал випадкової величини X	0-7	7-14	14-21	21-28	28-35	35-42	σ
	n_i	12	10	20	28	15	15	4,6
27	Частковий інтервал випадкової величини X	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	σ
	n_i	25	10	30	13	17	5	4,2

28	Частковий інтервал випадкової величини X	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	σ
	n_i	5	15	30	25	15	10	2,3
29	Частковий інтервал випадкової величини X	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	σ
	n_i	2	13	30	27	23	5	5,2
30	Частковий інтервал випадкової величини X	0-15	15-30	30-45	45-60	60-75	75-90	σ
	n_i	4	11	30	35	15	5	4,8

Завдання 4.2

Варіант 1

Залежність між ростом Y та масою дітей X наведена в таблиці 4.1. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.1

$(X = x_i)$, кг	0,531	0,524	0,541	0,550	0,559	0,620	0,632	0,672	0,682
$(Y = y_i)$, м	0,620	0,580	0,640	0,650	0,670	0,680	0,695	0,699	0,710

Продовження таблиці

$(X = x_i)$, кг	0,689	0,692	0,694	0,698	0,690	0,710	0,720	0,725	0,730
$(Y = y_i)$, м	0,715	0,725	0,781	0,790	0,795	0,800	0,810	0,850	0,860

Варіант 2

Залежність кількості проданих пар чоловічого взуття Y від його розміру X наведена в таблиці 4.2. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.2

$(X = x_i)$	44	43	42	41	40	39	38	37
$(Y = y_i)$, шт	10	25	68	136	152	162	170	180

Варіант 3

Вимірювання температури в грудні, здійснені в двох містах, що умовно позначені A і B, наведено в таблиці 4.3. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.3

Місто B $(X = x_i)$, °C	B -20,2	-20,5	-21,4	-21,8	-22,0	-22,5	-22,8	-22,8
Місто A $(Y = y_i)$, °C	-10,2	-11,5	-12,4	-12,8	-13,0	-13,5	-14,2	-14,6

Продовження таблиці

Місто B $(X = x_i)$, °C	-23,2	-24,1	-24,5	-25,1	-25,8	-26,0	-26,5	-27,0
Місто A $(Y = y_i)$, °C	-14,6	-15,7	-16,4	-17,2	-17,5	-18,2	-18,6	-18,9

Варіант 4

Зі старшого класу навмання вибраної середньої школи було відібрано групу учнів. Дані про їх середньорічні оцінки з математики та решти дисциплін у балах наведено в таблиці 4.4. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.4

$(X = x_i)$	30	35	31	38	41	48	50	55	51	58
$(Y = y_i)$	45	25	48	52	54	51	59	60	62	69

Продовження таблиці

$(X = x_i)$	60	59	65	73	78	71	79	80	81
$(Y = y_i)$	72	78	76	80	82	85	81	90	93

Варіант 5

Конденсатор було заряжено до повної напруги в певний момент часу t, після цього він починає розряджатися. Залежність напруги Y від часу розряджання X наведено в таблиці 4.5. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;
4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;
5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.5

$(X = x_i)$	0	1	2	3	4	5	6
$(Y = y_i)$	100	85	70	65	60	55	50

Продовження таблиці

$(X = x_i)$	7	8	9	10	11	12	13
$(Y = y_i)$	45	40	35	30	25	22	20

Варіант 6

Залежність урожайності пшениці Y від глибини зволоження X наведено в таблиці 4.6. Треба:
1 Визначити тип залежності;
2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;
3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;
4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;
5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.6

$(X = x_i)$, см	0	5	8	10	12	14	16	18	20	22
$(Y = y_i)$, ц/га	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28

Продовження таблиці

$(X = x_i)$, см	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42
$(Y = y_i)$, ц/га	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48

Варіант 7

Показники товарообігу Y та суми витрат X, які досліджувалися в 19-ти магазинах, наведено в таблиці 4.7. Треба:
1 Визначити тип залежності;
2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;
3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;
4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;
5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.7

$(X = x_i)$, грн.	30	25	31	32	38	41	40	46	49	54
$(Y = y_i)$, грн.	480	510	530	540	555	564	570	575	580	585

Продовження таблиці

$(X = x_i)$,грн.	58	60	64	75	78	82	83	85	90
$(Y = y_i)$, грн.	590	596	605	618	625	635	640	650	660

Варіант 8

Результати вимірювання чутливості Y відеоканалу та звукового каналу X наведено в таблиці 4.8. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.8

$(X = x_i)$	170	180	200	230	240	250	280	300	310	320
$(Y = y_i)$	240	200	190	180	170	160	150	140	130	120

Продовження таблиці

$(X = x_i)$	330	350	380	400	410	420	430	440	450	460
$(Y = y_i)$	110	100	90	80	70	65	60	55	50	45

Варіант 9

Залежність величини зносу різця Y від тривалості роботи X показано в таблиці 4.9. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.9

$(X = x_i)$, год	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$(Y = y_i)$, мм	30,0	29,1	28,4	28,1	28,0	27,7	27,5	27,2	27,0

Продовження таблиці

$(X = x_i)$, год	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$(Y = y_i)$, мм	26,8	26,5	26,3	26,1	25,7	25,3	24,3	24,1	24,0

Варіант 10

Залежність кров'яного тиску Y людини (в умовних одиницях) від довжини руки X наведена в таблиці 4.10. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.10

$(X = x_i)$, см	62,1	61,1	61,0	60,5	60,0	59,0	58,5	58,0	57,5
$(Y = y_i)$, умов. од.	115	116	117	118	119	120	121	122	123

Продовження таблиці

$(X = x_i)$, см	56,5	56,0	55,5	55,0	54,5	54,0	53,5	53,0	52,5
$(Y = y_i)$, умов. од.	124	125	126	127	128	129	130	135	150

Варіант 11

Залежність пружності Y сталевих болтів від змісту в них нікелю X наведена в таблиці 4.11. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.11

$(X = x_i)$, %	2,20	2,35	2,42	2,58	2,65	2,69	2,74	2,88	2,91
$(Y = y_i)$, %	35,4	35,0	35,8	36,2	36,7	36,9	37,3	37,8	38,2

Продовження таблиці

$(X = x_i)$, %	2,95	2,99	3,00	3,11	3,21	3,29	3,34	3,44	3,50
$(Y = y_i)$, %	39,1	40,5	42,4	43,8	45,6	46,9	48,5	49,4	50,0

Варіант 12

Результати порівняння нового методу газового аналізу зі старим X наведено в таблиці 4.12. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.12

$(X = x_i)$, умов. од.	2,07	2,12	2,11	2,58	2,89	2,92	3,01	3,12
$(Y = y_i)$, умов. од.	2,88	2,91	2,92	2,96	3,01	3,11	3,21	3,25

Продовження таблиці

$(X = x_i)$, умов. од.	3,21	3,29	3,31	3,35	3,41	3,48	3,81
$(Y = y_i)$, умов.од.	3,32	3,36	3,42	3,46	3,58	3,88	4,12

Варіант 13

Показники річної продуктивності праці в розрахунку на одного робітника Y і енергомісткості праці X на підприємствах однієї галузі наведено в таблиці 4.13. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.13

$(X = x_i)$, кВт/робітн.	1,8	2,1	2,8	3,0	3,2	3,8	3,9	4,2	4,5	4,8
$(Y = y_i)$, тис. грн.	5,4	5,6	6,2	6,8	7,1	7,8	8,5	9,1	10,5	10,9

Продовження таблиці

$(X = x_i)$, кВт/робітн.	5,2	5,8	5,9	6,2	6,9	7,2	7,5	8,5	8,8	9,4
$(Y = y_i)$, тис. грн.	11,0	11,6	12,1	12,7	13,2	13,9	14,1	14,6	14,9	15,4

Варіант 14

Залежність денного споживання масла Y певної особи від розміру її заробітної плати за місяць X наведено в таблиці 4.14. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.14

$(X = x_i)$, грн.	70	75	82	89	95	100	105	110	115	120
$(Y = y_i)$, г.	10,5	15,8	17,8	19,5	20,4	21,5	22,2	24,3	25,8	26,5

Продовження таблиці

$(X = x_i)$, грн.	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170
$(Y = y_i)$, г.	28,1	30,1	35,2	36,4	37,0	38,5	39,5	40,5	41,0	42,5

Варіант 15

Залежність маси монети Y від часу її обігу в роках X наведено в таблиці 4.15. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.15

$(X = x_i)$,років	4,0	5,0	5,5	6,0	6,8	7,5	8,5	10,8	12,0
$(Y = y_i)$, мг	9,35	9,21	9,18	9,50	9,10	9,08	9,05	9,01	9,00

Продовження таблиці

$(X = x_i)$,років	14,5	15,9	25,0	28,5	30,5	36,8	40,0	45,8	50,0
$(Y = y_i)$, мг	8,98	8,94	8,90	8,88	8,82	8,78	8,75	8,70	8,65

Варіант 16

Залежність вмісту кремнію Y у чавуні від температури шлаку X наведено в таблиці 4.16. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.16

$(X = x_i)$, °C	1330	1340	1350	1360	1370	1380	1390	1400	1410
$(Y = y_i)$, %	0,27	0,40	0,36	0,42	0,45	0,51	0,55	0,58	0,61

Продовження таблиці

$(X = x_i)$, °C	1420	1430	1440	1450	1460	1470	1480	1490	1500
$(Y = y_i)$, %	0,64	0,68	0,72	0,76	0,78	0,82	0,88	0,95	1,20

Варіант 17

Залежність урожайності Y пшениці від кількості внесених добрив X наведено в таблиці 4.17. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.17

$(X = x_i)$, кг/га	10	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
$(Y = y_i)$, ц/га	10	12	14	16	18	20	22	23	26	28	30	32	34

Варіант 18

Залежність міцності волокна бавовни в умовних одиницях Y від його товщини X наведено в таблиці 4.18. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.18

$(X = x_i)$, мкм	0,41	0,48	0,56	0,66	0,72	0,79	0,85
$(Y = y_i)$, умов. од.	6.02	6,12	6,22	6,28	6,30	6,35	6,39

Продовження таблиці

$(X = x_i)$, мкм	0,86	0,88	0,92	0,94	0,96	0,98	0,99
$(Y = y_i)$, умов.од.	6,44	6,48	6,52	6,54	6,56	6,60	6,69

Варіант 19

Залежність граничного навантаження на болт Y від його твердості X наведено в таблиці 4.19. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.19

$(X = x_i)$, умов. од.	50,0	50,2	52,8	53,5	54,0	56,8	58,8	59,5	60,5
$(Y = y_i)$, умов. од.	10,10	10,30	10,45	10,90	11,20	11,35	11,90	12,45	12,58

Продовження таблиці

$(X = x_i)$, умов. од.	64,8	65,4	68,4	69,2	70,5	74,5	76,8	78,5	80,0
$(Y = y_i)$, умов. од.	12,96	13,44	13,60	13,95	14,50	14,98	15,48	15,96	16,50

Варіант 20

Вплив температури Y в °С середовища на добовий хід хронометра X наведено в таблиці 4.20. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.20

$(X = x_i)$	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0
$(Y = y_i)$, °C	2,60	2,30	2,11	2,01	1,92	1,82	1,55	1,34	1,30	1,28	1,22

Продовження таблиці

$(X = x_i)$	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5	13,0	14,0	18,0	24,0	30,0
$(Y = y_i)$, °C	1,18	1,12	1,10	0,98	0,92	0,90	0,89	0,88	0,80	0,79

Варіант 21

Залежність вмісту свинцю Y в руді від вмісту X срібла наведено в таблиці 4.21. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.21

$(X = x_i)$, %	2,0	7,5	12,5	14,5	16,0	18,5	20,0	20,5	22,0	24,5
$(Y = y_i)$, %	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5

Продовження таблиці

$(X = x_i)$, %	26,0	28,5	30,0	32,5	34,0	36,5	38,0	40,5	42,0	45,0
$(Y = y_i)$, %	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	10,5	12,5	14,5	15,0	16,5

Варіант 22

Залежність числа гризунів Y, які загинули від наявності отрути в їжі при концентрації X, наведено в таблиці 4.22. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.22

$(X = x_i)$, %	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	6,5	7,0	7,5
$(Y = y_i)$,	32	36	38	42	46	49	55	59	62

Продовження таблиці

$(X = x_i)$, %	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0
$(Y = y_i)$,	68	70	73	75	81	88	92	94	98

Варіант 23

Залежність між собівартістю Y та кількістю виготовлених виробів X наведено в таблиці 4.23. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.23

$(X = x_i)$, тис. шт.	1,5	1,4	1,2	1,1	0,9	0,8
$(Y = y_i)$, тис. грн.	2,2	3,5	3,7	3,8	4,5	5,7

Варіант 24

Залежність урожайності пшениці Y від глибини оранки X наведено в таблиці 4.24. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.24

$(X = x_i)$, см	8,1	8,3	8,2	9,1	10,3	10,8
$(Y = y_i)$, ц/га	7	8	9	10	11	12

Варіант 25

Залежність кількості споживання масла на добу певною категорією пенсіонерів Y від розміру X отриманої місячної пенсії наведено в таблиці 4.25. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.25

$(X = x_i)$, грн.	29	38	49	54	62	70	79	98
$(Y = y_i)$, г	15,99	19,75	23,10	26,44	29,79	33,13	36,89	44,54

Варіант 26

Залежність вмісту срібла в руді Y від вмісту свинцю X наведено в таблиці 4.26. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.26

$(X = x_i)$, %	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5
$(Y = y_i)$, %	2	6	10	14	18	22	26	30

Варіант 27

Залежність вмісту кремнію Y від температури X наведено в таблиці 4.27. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.27

$(X = x_i)$, °C	1330	1340	1350	1360	1370	1380	1390	1400	1410
$(Y = y_i)$, %	0,27	0,26	0,27	0,28	0,29	0,3	0,31	0,32	0,33

Варіант 28

Залежність міцності волокна бавовни Y від граничного навантаження X наведено в таблиці 4.28. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.28

$(X = x_i)$, г	3,75	4,25	4,75	5,25	5,75	6,25	6,75	7,00	7,25
$(Y = y_i)$, умов. од.	4100	4300	4500	4700	4900	5100	5200	5300	5500

Варіант 29

Залежність собівартості Y від вирощеного врожаю соняшнику X наведено в таблиці 4.29. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.29

$(X = x_i)$, ц/га	1,23	1,33	1,43	1,53	1,63	1,73	1,83	1,93
$(Y = y_i)$, грн/ц	10,36	11,56	13,29	14,51	15,6	14,25	17,36	16,23

Варіант 30

Залежність урожайності цукрових буряків Y від кількості внесених у грунт поживних речовин X наведено в таблиці 4.30. Треба:

1 Визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.30

$(X = x_i)$, кг/га	83	92	112	132	144	154	162	189
$(Y = y_i)$, ц/га	369	380	370	395	420	412	436	420

Зразок виконання контрольної роботи №4

Завдання 4.1 Заданий ряд розподілу випадкової величини X й середнє квадратичне відхилення σ (таблиця 4.31).

Таблиця 4.31

Частковий інтервал X	0 – 8	8 – 16	16 – 24	24 – 32	32 – 40	40 – 48	σ
n_i	10	12	18	20	24	16	4

Необхідно:

1 знайти відносні частоти розподілу випадкової величини X;

2 побудувати полігон і гістограму частот і відносних частот;

3 знайти вибіркову середню випадкової величини X;

4 знайти вибіркову й виправлену дисперсії випадкової величини X;

5 знайти емпіричну функцію розподілення;

6 знайти довірчий інтервал із надійністю 0,95 для оцінки математичного сподівання нормального розподілення X при відомому середньому квадратичному відхиленні.

Розв'язання.

1 Знайдемо розподілення відносних частот.

Обчислимо об`єм вибірки: n = 10+12+18+20+24+16+ = 100.

Знайдемо відносні частоти за формулою $w_i = \frac{n_1}{n}$.

$$w_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{10}{100} = 0{,}1; \qquad w_2 = \frac{n_2}{n} = \frac{12}{100} = 0{,}12; \qquad w_3 = \frac{n_3}{n} = \frac{18}{100} = 0{,}18;$$

$$w_4 = \frac{n_4}{n} = \frac{20}{100} = 0{,}2; \qquad w_5 = \frac{n_5}{n} = \frac{24}{100} = 0{,}24; \qquad w_6 = \frac{n_6}{n} = \frac{16}{100} = 0{,}16.$$

Статистичне розподілення частот і відносних частот представимо у вигляді таблиці 4.32.

Таблиця 4.32

Часткові інтервали X	0 – 8	8 – 16	16 – 24	24 – 32	32 – 40	40 – 48
n_i	10	12	18	20	24	16
w_i	0,1	0,12	0,18	0,2	0,24	0,16

2 Зобразимо статистичне розподілення частот графічно у вигляді полігона (рисунки 4.1, 4.2) й гістограми (рисунки 4.3, 4.4).

Відкладаємо на осі абсцис варіанти x_i, а на осі ординат — відповідні частоти n_i, з`єднуючи точки $(x_i;n_i)$ відрізками прямих, отримаємо полігон частот (рисунок 4.1).

Аналогічні дії виконуємо для відносних частот: на осі абсцис – варіанти x_i, на осі ординат – відносні частоти w_i; з`єднуючи точки $(x_i;w_i)$, отримаємо полігон відносних частот (рисунок 4.2).

Для побудови гістограм частот і відносних частот складемо таблицю 4.33.

Таблиця 4.33

Часткові інтервали X	4	12	20	28	36	44
n_i / h	1,25	1,5	2,25	2,5	3,0	2,0
w_i / h	0,0125	0,015	0,0225	0,025	0,03	0,02

Розподілення складено для середини часткових інтервалів.

Будуємо на осі абсцис часткові інтервали довжиною h = 8. Проводимо над цими інтервалами відрізки, паралельні осі абсцис і розташовані від неї на відстанях, рівних відповідним густинам частоти $\frac{n_i}{h}$. Отримаємо гістограму частот (рисунок 4.3).

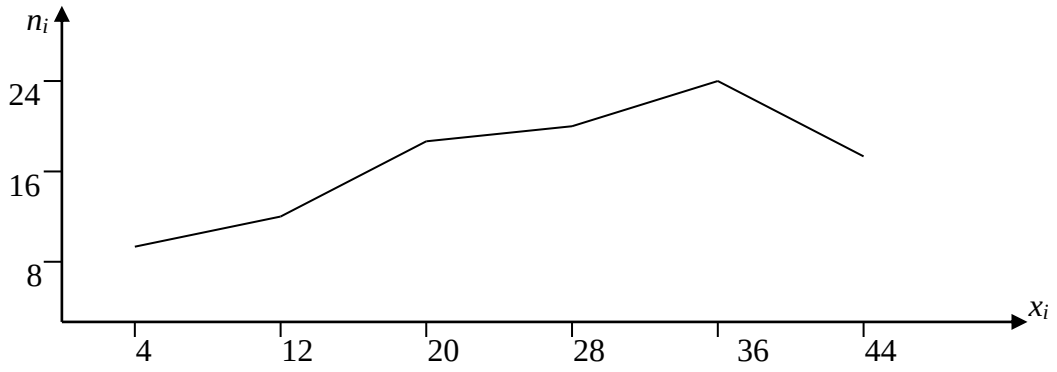


Рисунок 4.1

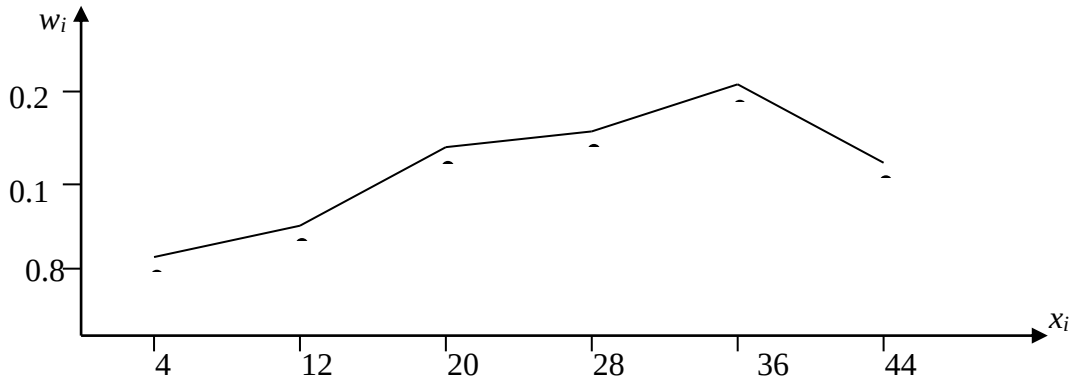


Рисунок 4.2

Аналогічно для гістограми відносних частот: на осі абсцис – часткові інтервали, над цими інтервалами проводимо відрізки паралельні осі OX і розташовані від неї на відстанях, рівних відповідним густинам відносної частоти $\frac{w_i}{h}$. Гістограма відносних частот зображена на рисунку 4.4.

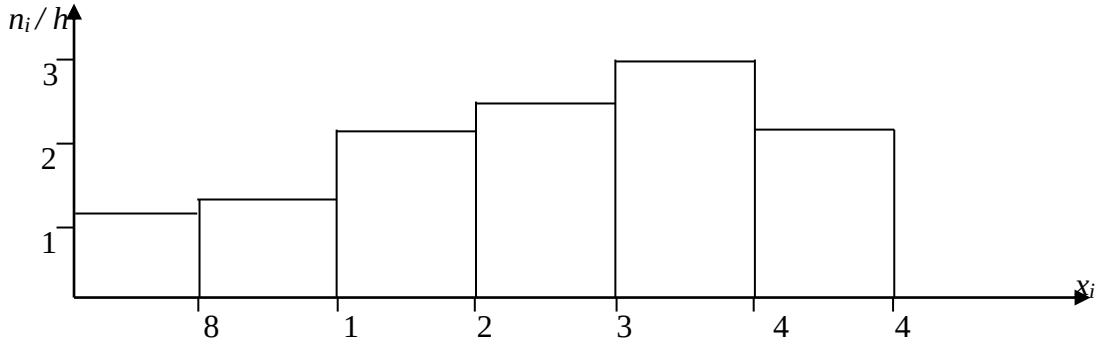


Рисунок 4.3

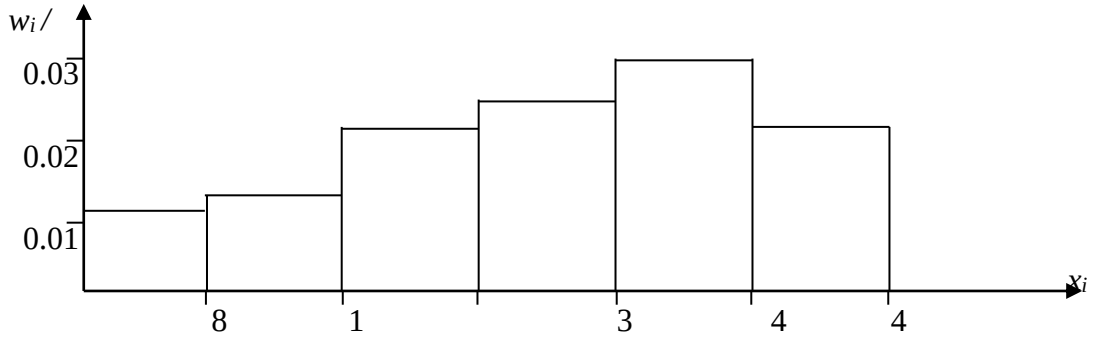


Рисунок 4.4

3 Обчислення вибіркової середньої.

Вибіркову середню обчислимо за формулою

$$\overline{x_в} = \frac{\sum_{i=1}^{6} x_i \cdot n_i}{n} = \frac{4 \cdot 10 + 12 \cdot 12 + 20 \cdot 18 + 28 \cdot 20 + 36 \cdot 24 + 44 \cdot 16}{100} = \frac{2672}{100} = 26{,}72.$$

4 Обчислення вибіркової та виправленої дисперсій.

Вибіркова дисперсія обчислюється за формулою

$$D_в = \frac{\sum_{i=1}^{6} n_i (x_i - \overline{x_в})^2}{n} = \frac{10(-22{,}72)^2 + 12(-14{,}72)^2 + 18(-6{,}72)^2 + 20(1{,}28)^2 + 24(9{,}28)^2 + 16(17{,}28)^2}{100} =$$

$$= \frac{5161{,}98 + 2600{,}14 + 812{,}85 + 32{,}77 + 2066{,}84 + 4777{,}57}{100} = \frac{15452{,}16}{100} = 154{,}52.$$

Виправлена дисперсія дорівнює

$$S^2 = \frac{n}{n-1} D_в = \frac{100}{99} 154{,}52 = 156{,}08.$$

Середнє квадратичне відхилення дорівнює $\sigma_b = \sqrt{D_в} = \sqrt{154{,}52} = 12{,}43.$

5 Знаходження емпіричної функції розподілення.

Запишемо ряд розподілення відносних частот (таблиця 4.34).

Таблиця 4.34

Варіанти X	4	12	20	28	36	44
w_i	0,1	0,12	0,18	0,2	0,24	0,16

Згідно з означенням емпіричної функції, яка визначає для кожного значення x відносну частоту події $X < x$:

$$F^*(x) = W(X < x).$$

Об'єм вибірки $n = 100$.

а) Найменша варіанта $x = 4$, при $x \le 4$ $F^*(x) = 0$;

б) при $4 < x \le 12$ проміжок $X < x$ містить одне значення $x_1 = 4$ з $W = 0{,}1$, $F^*(x) = 0{,}1$;

в) при $12 < x \le 20$, $x_1 = 4$, $x_2 = 12$ з $W = 0{,}1 + 0{,}12 = 0{,}22$, $F^*(x) = 0{,}22$;

г) при $20 < x \le 28$, $x_1 = 4$, $x_2 = 12$, $x_3 = 20$ з $W = 0{,}1 + 0{,}12 + 0{,}18 = 0{,}4$, $F^*(x = 0{,}4$;

д) при $28 < x \le 36$, $x_1 = 4$, $x_2 = 12$, $x_3 = 20$, $x_4 = 28$ з $W = 0{,}1 + 0{,}12 + 0{,}18 + 0{,}2 = 0{,}6$, $F^*(x) = 0{,}6$;

е) при $36 < x \le 44$, $x_1 = 4$, $x_2 = 12$, $x_3 = 20$, $x_4 = 28$, $x_5 = 36$ з $W = 0{,}1 + 0{,}12 + 0{,}18 + 0{,}2 + 0{,}24 = 0{,}84$, $F^*(x) = 0{,}84$;

є) при $x > 44$, $F^*(x) = 1$.

Запишемо шукану емпіричну функцію

$$F^*(x)=\begin{cases} 0\ , & x\le 4,\\ 0{,}1\ , & 4<x\le 12,\\ 0{,}22\ , & 12<x\le 20,\\ 0{,}4\ , & 20<x\le 28,\\ 0{,}6\ , & 28<x\le 36,\\ 0{,}84\ , & 36<x\le 44,\\ 1\ , & x>44. \end{cases}$$

Графік емпіричної функції розподілення (рисунок 4.5).

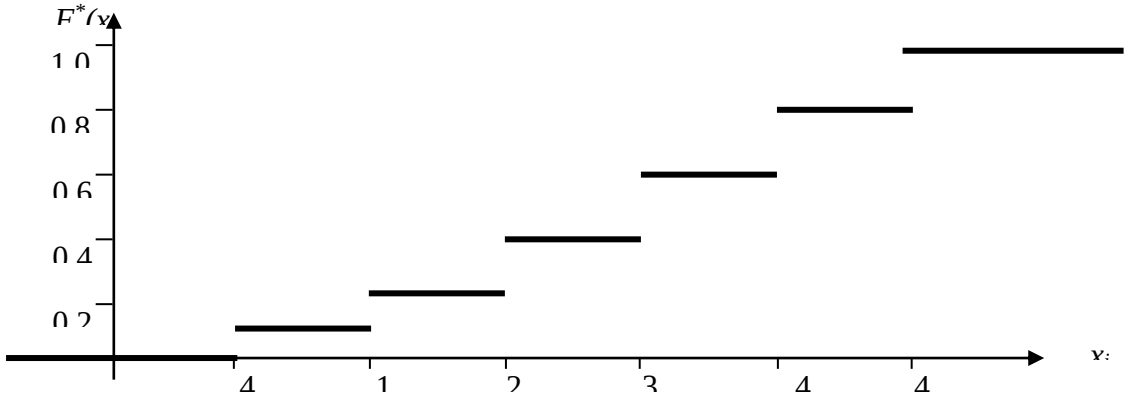


Рисунок 4.5

6 Знаходження надійних інтервалів для оцінки математичного сподівання при відомому σ.

Запишемо дані задачі: n = 100, γ = 0,95, σ = 4, $\overline{x_в}=26{,}72$.

Знайдемо параметр t, користуючись додатком Б.

$$\Phi(t)=\frac{\gamma}{2}=0{,}475\Rightarrow t=1{,}96.$$

$$\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{1{,}96\cdot 4}{\sqrt{100}}=0{,}78.$$

Надійні границі дорівнюють

$$\overline{x_в}-\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}=26{,}72-0{,}78=25{,}9,\ \overline{x_в}+\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}=26{,}72+0{,}78=27{,}5.$$

Отже, математичне сподівання влучається в надійний інтервал:

$$25{,}9 < a < 27{,}5.$$

Завдання 4.2 Для аналізу залежності об’єма споживання Y (у.о.) домогосподарств від доходу X (у.о.) відібрана вибірка об’єма $n=12$ (помісячно протягом року), результати якої наведені в таблиці 4.35. Треба:

1 визначити тип залежності;

2 оцінити параметри рівняння регресії Y на X;

3 оцінити силу лінійної залежності між X і Y;

4 оцінити статистичну значущість коефіцієнтів регресії при рівні значущості $\alpha=0{,}05$;

5 розрахувати 95%-і довірчі інтервали для теоретичних коефіцієнтів регресії;

Таблиця 4.35

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i	107	109	110	113	120	122	123	128	136	140	145	150
y_i	102	105	108	110	115	117	119	125	132	130	141	144

Розв`язання. 1 Для визначення типу залежності побудуємо кореляційне поле (рисунок 4.6).

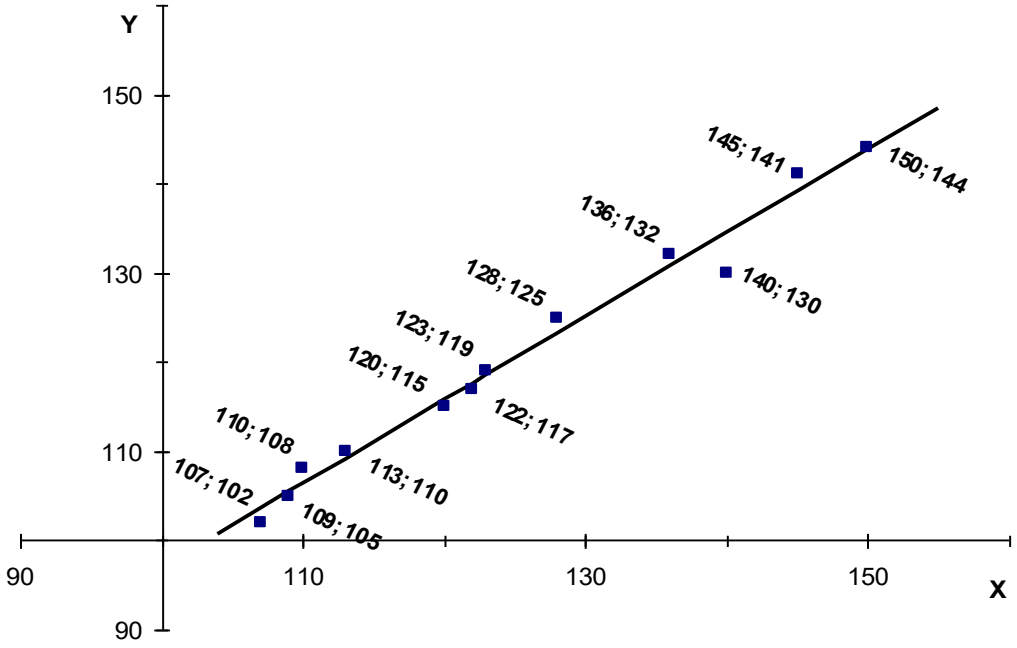


Рисунок 4.6

За розташуванням точок на кореляційнбому полі припускаємо, що залежність між X і Y лінійна: $\hat{Y} = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 X$.

2 Для наочності обчислень за МНК побудуємо таблицю 4.36.

Таблиця 4.36

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$	y_i^2	$\hat{y}_i$	e_i	e_i^2
1	107	102	11449	10914	10404	103,63	-1,63	2,66
2	109	105	11881	11445	11025	105,49	-0,49	0,24
3	110	108	12100	11880	11664	106,43	1,57	2,46
4	113	110	12769	12430	12100	109,23	0,77	0,59
5	120	115	14400	13800	13225	115,77	-0,77	0,59
6	122	117	14884	14274	13689	117,63	-0,63	0,40
7	123	119	15129	14637	14161	118,57	0,43	0,18
8	128	125	16384	16000	15625	123,24	1,76	3,10
9	136	132	18496	17952	17424	130,71	1,29	1,66
10	140	130	19600	18200	16900	134,45	-4,45	19,8
11	145	141	21025	20445	19881	139,11	1,89	3,57
12	150	144	22500	21600	20736	143,78	0,22	0,05
Сума	1503	1448	190617	183577	176834	-	0	35,3
Середнє	125,25	120,67	15884,75	15298,08	14736,17	-	-	-

У таблиці значення округляються до сотих; ураховуються похибки округлень.

Згідно МНК, маємо

$$\hat{b}_1 = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} = \frac{15298{,}08 - 125{,}25 \cdot 120{,}67}{15884{,}75 - (125{,}25)^2} = \frac{184{,}1625}{197{,}1875} = 0{,}9339;$$

$$\hat{b}_0 = \overline{y} - \hat{b}_1 \overline{x} = 120{,}67 - 0{,}9339 \cdot 125{,}25 = 3{,}699.$$

Отже, рівняння парної лінійної регресії має такий вигляд: $\hat{Y} = 3{,}699 + 0{,}9339X$. Зобразимо дану пряму регресії на кореляційному полі. За цим рівнянням розрахуємо $\hat{y}_i$, а також $e_i = y_i - \hat{y}_i$.

3 Для аналізу сили лінійної залежності обчислимо коефіцієнт кореляції:

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\sqrt{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \cdot \sqrt{\overline{y^2} - \overline{y}^2}} = \frac{184{,}1625}{14{,}04 \cdot 13{,}23} = 0{,}9914.$$

Знайдене значення коефіцієнта кореляції дозволяє зробити висновок про сильну лінійну залежність між змінними X і Y.

4 Оцінимо статистичну значущість коефіцієнтів $\hat{b}_0$ і $\hat{b}_1$.

Маємо:

$$S^2_{\hat{b}_1} = \frac{S^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} = \frac{S^2}{n(\overline{x^2} - \overline{x}^2)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n(n-2)(\overline{x^2} - \overline{x}^2)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{b}_0 - \hat{b}_1 x_i)^2}{n(n-2)(\overline{x^2} - \overline{x}^2)} = 0{,}0023;$$

$$S_{\hat{b}_1} = \sqrt{0{,}0023} = 0{,}0485; \; t_{\hat{b}_1} = \frac{\hat{b}_1}{S_{\hat{b}_1}} = \frac{0{,}9339}{0{,}0485} = 19{,}2557.$$

Критичне значення для рівня значущості $\alpha = 0{,}05$ дорівнює $t_{крит.} = t_{\alpha/2, n-2} = t_{0{,}025;10} = 2{,}23.$

Порівняємо модуль спостережуваного значення $\left| t_{\hat{b}_1} \right| = 19{,}2557$ з критичним значенням $t_{0{,}025;10}$. Оскільки $t_{\hat{b}_1} = 19{,}2557 > 2{,}23 = t_{крит}$, то нульова гіпотеза $H_0 : \hat{b}_1 = 0$ повинна бути відхилена на користь альтернативної гіпотези $H_1 : \hat{b}_1 \neq 0$ при вибраному рівні значущості. Це підтверджує статистичну значущість коефіцієнта регресії $\hat{b}_1$.

Аналогічно перевіряється статистична значущість коефіцієнта $\hat{b}_0$:

$$S^2_{\hat{b}_0} = \overline{x^2} \cdot S^2_{\hat{b}_1} = 0{,}0023 \cdot 15884{,}75 = 36{,}5349;$$

$$S_{\hat{b}_0} = \sqrt{36{,}5349} = 6{,}044; \; t_{\hat{b}_0} = \frac{\hat{b}_0}{S_{\hat{b}_0}} = \frac{3{,}699}{6{,}044} = 0{,}612.$$

Оскільки $\left|t_{\hat{b}_0}\right| = 0{,}612 < 2{,}23 = t_{крит.}$, то гіпотеза $H_0 : \hat{b}_0 = 0$ про статистичну незначущість коефіцієнта $\hat{b}_0$ не відхиляється. Це означає, що у даному випадку вільним членом рівняння регресії можна знехтувати, тобто можна розглядати регресію $Y = \hat{b}_1 \cdot X$.

5 Згідно формулам

$$(\hat{b}_0 - t_{\alpha/2,n-2} \cdot S_{\hat{b}_0}; \hat{b}_0 + t_{\alpha/2,n-2} \cdot S_{\hat{b}_0}),\ (\hat{b}_1 - t_{\alpha/2,n-2} \cdot S_{\hat{b}_1}; \hat{b}_1 + t_{\alpha/2,n-2} \cdot S_{\hat{b}_1})$$

довірчі інтервали будуть такими:

$(3{,}699 - 2{,}23 \cdot 6{,}044; 3{,}699 + 2{,}23 \cdot 6{,}044) = (-9{,}779; 17{,}177)$ – для коефіцієнта $\hat{b}_0$;

$(0{,}9339 - 2{,}23 \cdot 0{,}0485; 0{,}9339 + 2{,}23 \cdot 0{,}0485) = (0{,}826; 1{,}042)$ – для коефіцієнта $\hat{b}_1$.

Фактично довірчі інтервали визначають значення теоретичних коефіцієнтів регресії b_0 і b_1, які будуть прийнятні з надійністю 0,95 при знайдених оцінках $\hat{b}_0 = 3{,}699$ і $\hat{b}_1 = 0{,}9339$.

ДОДАТОК А

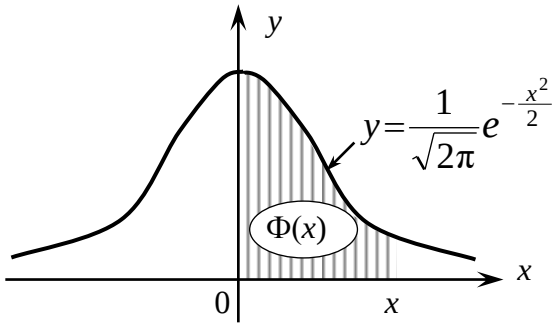
Таблиця значень функції Гауса $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,399	399	399	399	399	398	398	398	398	397
0,1	397	397	396	396	395	395	394	393	393	392
0,2	391	390	389	389	388	387	386	385	384	383
0,3	381	380	379	378	377	375	374	373	371	370
0,4	368	367	365	364	362	361	359	357	356	354
0,5	352	350	349	347	345	343	341	339	337	335
0,6	333	331	329	327	325	323	321	319	317	314
0,7	312	310	308	306	303	301	299	297	294	292
0,8	290	287	285	283	280	278	276	273	271	269
0,9	266	264	261	259	257	254	252	249	247	244
1,0	242	240	237	235	232	230	228	225	223	220
1,1	218	216	213	211	208	206	204	201	199	197
1,2	194	192	190	187	185	183	180	178	176	174
1,4	150	148	146	144	142	140	137	135	133	132
1,6	111	109	107	106	104	102	101	099	097	096
1,8	079	078	076	075	073	072	071	069	068	067
1,9	066	064	063	062	061	059	058	057	056	055
2,0	054	053	052	051	050	049	048	047	046	045
2,1	044	043	042	041	040	040	039	038	037	036
2,2	036	035	034	033	033	032	031	030	030	029
2,4	022	022	021	021	020	020	019	019	018	018
2,6	014	013	013	013	012	012	012	011	011	011
2,8	008	008	008	007	007	007	007	007	006	006
2,9	006	006	006	006	005	005	005	005	005	005
3,0	004	004	004	004	004	004	004	004	004	003
3,1	003	003	003	003	003	003	003	003	003	003
3,2	002	002	002	002	002	002	002	002	002	002
3,3	002	002	002	002	002	002	001	001	001	001
3,4	001	001	001	001	001	001	001	001	001	001
3,5	001	001	001	001	001	001	001	001	001	001
3,6	001	001	001	001	001	001	001	001	001	000

ДОДАТОК Б

Значення функції Лапласа

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt\,.$$



x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)
0.0	0.00000				
0.05	0.01994	1.05	0.35314	2.05	0.47982
0.10	0.03983	1.10	0.36433	2.10	0.48214
0.15	0.05962	1.15	0.37493	2.15	0.48422
0.20	0.07926	1.20	0.38493	2.20	0.48610
0.25	0.09871	1.25	0.39435	2.25	0.48778
0.30	0.11791	1.30	0.40320	2.30	0.48928
0.35	0.13683	1.35	0.41149	2.35	0.49061
0.40	0.15542	1.40	0.41924	2.40	0.49180
0.45	0.17364	1.45	0.42647	2.45	0.49286
0.50	0.19146	1.50	0.43319	2.50	0.49379
0.55	0.20884	1.55	0.43943	2.55	0.49461
0.60	0.22575	1.60	0.44520	2.60	0.49534
0.65	0.24215	1.65	0.45053	2.65	0.49598
0.70	0.25804	1.70	0.45543	2.70	0.49653
0.75	0.27337	1.75	0.45994	2.75	0.49702
0.80	0.28814	1.80	0.46407	2.80	0.49744
0.85	0.30234	1.85	0.46784	2.85	0.49781
0.90	0.31594	1.90	0.47128	2.90	0.49813
0.95	0.32894	1.95	0.47441	2.95	0.49841
1.00	0.34134	2.00	0.47725	3.00	0.49865
3.1	0.49903	3.2	0.49931	3.3	0.49952
3.4	0.49966	3.5	0.49977	3.6	0.49984
3.7	0.49989	3.8	0.49993	3.9	0.49995
4.0	0.499968	4.5	0.499997	5.0	0.49999997

ДОДАТОК В

Критичні точки розподілення Стьюдента (t – розподіл)

Число ступенів свободи, k	Рівень значущості, α						
	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	3,08	6,31	12,7	31,82	63,66	127,32	636,62
2	1,89	2,92	4,30	6,97	9,93	14,09	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	7,45	12,94
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	5,60	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,37	4,03	4,77	6,86
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	4,32	5,96
7	1,42	1,90	2,36	3,00	3,50	4,03	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	3,83	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	3,69	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	3,58	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	3,50	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,43	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,37	4,22
14	1,34	1,76	2,14	2,62	2,98	3,33	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,29	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,25	4,02
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,22	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,20	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,17	3,88
20	1,33	1,73	2,09	2,53	2,85	3,15	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,14	3,82
22	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,12	3,79
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,10	3,77
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,09	3,75
25	1,32	1,71	2,96	2,48	2,79	3,08	3,73
26	1,32	1,71	2,06	2,48	2,78	3,07	3,71
27	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,06	3,69
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,05	3,67
29	1,31	1,70	2,04	2,46	2,76	3,04	3,66
30	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,03	3,65
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	2,97	3,55
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	2,91	3,46
120	1,29	1,66	1,98	2,36	2,62	2,86	3,37
∞	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	2,81	3,29

ДОДАТОК Г

Таблиця значень $t_\gamma(\gamma, k)$.

k	γ												
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
1	0,158	0,326	0,510	0,727	1,00	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,82	63,65	63,66
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,336	2,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,60
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	2,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,94
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,694	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,363	4,032	6,859
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,263	0,401	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,405
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,086	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,487
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,728	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,103	2,552	2,872	3,922
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,859	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,857	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0.855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646

Бібліографічний список

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М., 2002.

2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – 7-е изд, доп.- М., 2003.

3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и мат. статистика. - М., 2001.

4. Бородин А.И. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. – М.,2002.

5. Білущак Г.І., Чабанюк Я.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Практикум. – Львів, 2001.

6. Петрова А. Ю. Теорія ймовірностей та математична статистика : Тексти лекцій для студентів за спеціальністю 072 «Фінанси, банківська справа та страхування» – Х.: ХНУБА, 2017. – 84 с.

7. Методичні вказівки до практичних занять з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика» для студентів спеціальності 072 «Фінанси, банківська справа та страхування» / Укладач А. Ю. Петрова. – Харків: ХНУБА, 2017. – 76 с.

8. Методичні вказівки до самостійної роботи з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика» для студентів спеціальності 072 «Фінанси, банківська справа та страхування» / Укладач А. Ю. Петрова. – Харків: ХНУБА, 2017. – 68 с.

9. Аршава О.О., Щелкунова Л.І. та ін. Практикум з розділу «Математична статистика»: навчально-методичний посібник. – Х.: ХНУБА, 2017. – 64 с.

10. Аршава О.О., А.П. Харченко, Щелкунова Л.І. Математична статистика: навчально-методичний посібник. – Х.: ХНУБА, 2018. – 100 с.

ЗМІСТ

Навчальне видання

Методичні вказівки до виконання контрольних робіт з дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» для студентів спеціальності 075 «Маркетинг» заочної форми здобуття освіти.

Укладач: Гаєвська Вікторія Олексіївна

Відповідальний за випуск О.О. Аршава

Редактор

План 2019 р., поз.229 Формат Папір друк. №2.
Підп. до друку 16.12.19 Обл.-вид. арк. Безкоштовно
Надруковано на ризографі Умов .друк. арк. 3,5
Тираж 50 прим. Зам. 5

ХНУБА, Україна, 61002, Харків, вул. Сумська, 40

Підготовлено та надруковано РВВ Харківського національного університету будівництва та архітектури

Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

Спеціальність 075

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання контрольних робіт

з дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика»

для студентів спеціальності 075 «Маркетинг»

заочної форми здобуття освіти

Харків 2019