МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

Спеціальність 191

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання самостійної роботи

«Криві та поверхні другого порядку в архітектурі»

з навчальної дисципліни «Вища математика»

Харків 2020

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

Спеціальність 191

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до самостійної роботи «Криві та поверхні другого порядку в архітектурі»

з навчальної дисципліни «Вища математика»

Рекомендовано кафедрою
вищої математики.
Протокол № 11 від 30.10.2020

Харків
ХНУБА
2020

Методичні вказівки до самостійної роботи «Криві та поверхні другого порядку в архітектурі» з навчальної дисципліни «Вища математика» для здобувачів вищої освіти спеціальності 191 «Архітектура та містобудування» першого (бакалаврського) рівня/ Укладачі: О.В. Бабаєва, С.А. Пихтін. Харків: ХНУБА, 2020. 30 с.

Укладачі: О.В. Бабаєва, С.А. Пихтін

Рецензент О.М. Стасенко

Кафедра вищої математики

ВСТУП

Основна задача дисципліни «Вища математика» складається в тому, щоб забезпечити здобувачів вищої освіти спеціальності 191 «Архітектура та містобудування» основними математичними знаннями, вміннями і навиками в об'ємі, необхідному для їх повсякденної діяльності, для засвоєння загально - технічних і спеціальних предметів, а також для подальшого підвищення кваліфікації шляхом самоосвіти. Основним методом вивчення навчального матеріалу, передбаченого програмою, є самостійна робота, тому актуальним є питання організації самостійної роботи зі здобувачами вищої освіти спеціальності 191 «Архітектура та містобудування».

Майбутній фахівець повинен стежити за останніми досягненнями науки й техніки, а так само за напрацюваннями новаторів виробництва в області архітектури та уміти застосовувати цей матеріал під час виконання контрольних робіт.

Представлені методичні вказівки призначаються учасникам освітнього процесу для надання допомоги як при проведенні самостійної роботи, так і організації роботи наукового гуртка «Математика в архітектурі та будівництві».

Математика — це велична споруда, створена

уявленнями людини для пізнання Всесвіту.

Ле Корбюз'є

Тема 1 Геометрія в сучасній архітектурі

Геометрія – одна з найдавніших частин математики, яка вивчає просторове відношення і форми тіл. Із геометрії зародилася математика як наука. Люди з давніх-давен використовували геометричні знання в побуті. Геометричні форми були не тільки побутовими предметами, але й культурними. Геометрія – наука, яка дала людям можливість знаходити площі та об'єми, правильно креслити проекти будівель та машин. Таким чином, вона є основною частиною "фундаментом", на якому будується не менш важливий напрямок діяльності

людини – архітектура. Архітектуру часто називають дочкою геометрії. Необхідність побудови прямокутника, знаходження його осей для встановлення ряду стовпчиків, визначення їх розмірів для створення матеріалу та інших незамінних в будівництві операцій потребують засвоєння відомих прийомів будівництва архітектурної форми. Практика інженерів, досвід, який передався в спадок, спонукали складання визначених правил, геометричних побудов.

Архітектура, як і мода, має свої тенденції, які змінюються, хоч і не так часто, але домінують в той чи інший період, виділяючи його серед інших. Невідступно слідуючи законам геометрії, архітектори старовини мали можливість створювати свої шедеври. Минули століття, але роль геометрії не змінилася. Вона, як і раніше, залишається «граматикою архітектора». Сьогодні, з появою нових будівельних матеріалів (бетон, метал, скло, пластик) і новітніх технологій в техніці та будівництві, архітектор може спиратися на більш широке коло геометричних законів. Це розширює творчі можливості архітектора й породжує нові конструкції, нові архітектурні форми, нову естетику.

Зараз саме сучасна архітектура формує обличчя міста. Людина все частіше замислюється про красу свого міста і бажає бачити навколо красу архітектурних форм. Правила, за якими живуть і будують сучасні архітектори, складаються з п’яти тенденцій, наведених нижче.

1.1 Суть в простоті

Головне завдання будинку ─ відповідати потребам мешканців, а головна задача архітектора ─ зосереджуватись на завданні будинку, усе інше ─ другорядні речі. За допомогою простих форм і матеріалів можна сказати значно більше, ніж із використанням ліпнини і фронтонів. Доказом цього можуть слугувати роботи іспанської студії Fran Silvestre Arquitectos, зокрема будинок на скелі в околицях Валенсії (рис. 1). Використовуючи чисту геометрію, монолітні конструкції і технологічні рішення архітекторам вдалося «вписати» будинок у дику гірську місцевість. Він не порушує природніх умов, а навпаки – приймає їхню форму. Конструктивний мінімалізм будівлі проявляється у стриманості,

відсутності зайвих деталей. Загальну асиметрію створюють три блоки, зміщені по вертикальній осі. Інтер'єр і екстер'єр виконані у білому кольорі, що підкреслює аскетичність будівлі і робить її цілісною.

Рисунок 1

1.2 Автентичність

Час – найкращий архітектор. Він надає матеріалам «друге дихання», наділяє будівлю справжністю, яку не можна купити чи підробити. Тенденція до перевтілення архітектурних об'єктів існує на ринку давно. Чудовим прикладом може слугувати проєкт Kanaal бельгійського архітектора Акселя Верводта (рис. 2). Він зумів перетворити стару фабрику на «живе місто»: зернові елеватори поступилися місцем квартирам, просторі цехи ─ офісам і галереям. Якщо описати проект у двох словах ─ це автентичність і масштабність. Нові технології й матеріали підкреслили історичну спадщину і розкрили характер приміщень, зберігши при цьому цінні ознаки часу. Незважаючи на масивність, настрій архітектури спокійний.

Рисунок 2

1.3 Природність

У сучасному світі природа – це чи не єдине місце, де людина може відвернутися від зовнішніх обставин і знайти емоційну стабільність. Тому архітектори намагаються зробити її якомога ближчою. Ми бачимо, як дахи зеленіють, а всередині будинків ростуть дерева. Все частіше в сучасних технологічних будівлях приживаються дзен-буддистські сади ─ зелені оази з деревами й камінням (рис. 3). Це незвичне явище пов’язують із ім’ям японського ландшафтного дизайнера Шунміо Масуно. Ця людина зуміла перетворити сад на філософію ─ місце для самоусвідомлення й внутрішнього діалогу, тому він розглядається не в якості додатка до архітектури, а як її невід’ємний компонент. Важлива риса дзен-садів ─ впорядкованість, яка дозволяє досягти атмосфери відчуженості й медитативності, тут кожна річ має своє призначення і місце. Вхід до саду часто відсутній, однак його можна споглядати ззовні, наприклад, через скляні стіни кімнати.

Рисунок 3

1.4 Повітря і світло

До трендів, які ніколи себе не вичерпають в архітектурному світі, належать відкриті простори, природне світло, легкість скляних форм. Поєднавши все це з концептуальним підходом, можна отримати чудовий результат. Саме це уже не перший рік доводить SANAA. У своїх об’єктах японська студія насамперед зосереджується на формі. Тут можна побачити і вигнуті скляні пластини від підлоги до стелі, і «серпантиновий» дах на тонких опорах. У екстер’єрі складної структури, як правило, мінімум образотворчих засобів, адже зовнішня оболонка не повинна відволікати від змісту. Саме тому будинки не протиставляються ландшафту, а навпаки ─ зливаються з ним (рис.4).

Рисунок 4

1.5 Нові-старі матеріали

Сьогодні у сфері будівельних матеріалів архітектурний світ швидко розвивається. З'являються інноваційні варіанти, орієнтовані на екологічність і скорочення витрат. Також відкриваються нові можливості та конфігурації для старожилів ринку. Вибір матеріалу є результатом взаємодії різних факторів: вподобань замовника, кліматичних особливостей, міського планування і т.і. Однак, зараз фаворитами залишаються бетон, сталь, скло і дерево. Ця четвірка подібна до універсального коду, який використовують архітектори всього світу. Бетон є одним із найпопулярніших матеріалів на сьогодні. З ним складно конкурувати в міцності й довговічності. Багатьох лякає простота матеріалу, однак, правильно розставивши акценти, звичайні бетонні бокси можна перетворити на справжній шедевр. Монотонність матеріалу робить його універсальним у плані поєднань, тут будуть доречними найсміливіші варіанти. Також можна обрати класику, наприклад, бетон і сталь — це завжди безпрограшний варіант. Скло — інструмент, за допомогою якого архітектор керує світлом і нейтралізує масивність конструкції. Скляні двері, перегородки, великі вікна до підлоги стирають кордони будівлі, розширюючи простір. Дерев'яні структури зближують архітектуру і природу.

Питання для самоперевірки

1 Що таке геометрія?

2 Які геометричні поняття вам відомі?

3 Наведіть приклади взаємозв'язку геометрії та побудови архітектурних конструкцій.

4 Назвіть основні тенденції сучасної архітектури.

5 Поясніть тенденцію автентичності в сучасній архітектурі.

6 Поясніть тенденцію природності в сучасній архітектурі.

7 Назвіть основні сучасні матеріали, які використовуються при побудові архітектурних споруд.

Тема 2 Криві другого порядку

Лінію, яка в деякій прямокутній системі координат визначається алгебраїчним рівнянням n-го степеня відносно змінних x і y, називають **кривою *n* -го порядку.**

Зокрема, якщо $n = 2$, то рівняння $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$ визначає **криву другого порядку** (вважається $A^2 + B^2 \neq 0$). Розглянемо випадок, коли $B = 0$. Пізніше буде встановлено, що останнє рівняння визначає на площині (за винятком вироджених випадків) коло, еліпс, гіперболу або параболу. Слід зауважити, що ці криві та їх дуги досить часто застосовують в архітектурі.

Коло

Означення. Коло радіуса *R* із центром у точці *C*(*a*;*b*) – це множина точок M на площині, рівновіддалених від даної точки C (рис. 5), тобто $MC = R$.

Виведемо рівняння кола. Нехай $M(x;y)$ – довільна точка кола з центром у точці $C(a;в)$ і радіуса R. За означенням кола $MC = R$, тобто

$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = R$$

або

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2. \qquad (1)$$

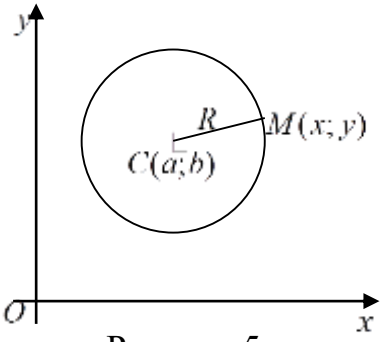


Рисунок 5

Отримали рівняння, якому задовольняють координати будь – якої точки $M(x;y)$ кола і не задовольняють координати жодної точки, яка йому не належить.

Зокрема, $x^2 + y^2 = R^2$ – **канонічне рівняння кола** з центром у початку координат радіуса R.

Першим прикладом застосування кола в будівництві, були кам'яні будівлі епохи первісного ладу. Ще в часи первісного ладу геометрія стала проявлятися в архітектурі. Найвідоміша будівля того часу Кромлех в Стоунхенджі (Англія).

Зауважимо, що всі колони Стоунхенджа колись були розміщені строго по лінії кола (рис. 6).

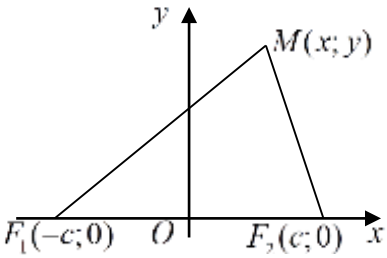
Відомий Колізей в Римі мав стіни, які розміщувались по колах (рис.7). Ця будівля зберіглася до сьогодення. А зберіглася вона тому, що римський Імператор зібрав найкращих зодчих зі всього світу, купив найкращі інструменти, хороші кам'яні плити і нарешті створив перший макет будівлі. Звичайно, будівля сильно зруйнувалася, але з часу його будівництва пройшло багато тисячоліть.

Рисунок 6

Рисунок 7

Еліпс

Означення. Еліпсом називається множина точок на площині, для яких сума відстаней від двох даних точок площини (**фокусів**) є величиною сталою (і більшою за відстань між фокусами).



Рисунок

Нехай на площині обрана прямокутна система координат Oxy (рис. 8) і обрані точки $F_1(+c;0)$, $F_2(-c;0)$ – фокуси еліпса. Якщо $M(x;y)$ – довільна точка еліпса, то за означенням еліпса

$$F_1M + F_2M = 2a,$$

тобто $\sqrt{(x-c)^2+y^2} + \sqrt{(x+c)^2+y^2} = 2a$.

Виконаємо перетворення:

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2+y^2},$$

$$x^2+2cx+c^2+y^2=4a^2-4a\cdot\sqrt{(x-c)^2+y^2}+x^2-2cx+c^2+y^2,$$

$$a\sqrt{(x-c)^2+y^2}=a^2-cx,$$

$$(a^2-c^2)x^2+a^2y^2=a^2(a^2-c^2).$$

Оскільки $a>c$, то $a^2-c^2>0$. Покладаємо $b^2=a^2-c^2$.

Тоді останнє рівняння запишеться у вигляді

$$b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2.$$

Остаточно маємо

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad \text{– } \textbf{канонічне рівняння еліпса}, \qquad (2)$$

де

$$b^2=a^2-c^2.$$

Параметри a і b у канонічному рівнянні еліпса називаються **півосями еліпса**.

Дослідження форми еліпса

Встановимо форму еліпса, користуючись його канонічним рівнянням.

1. Змінні x та y входять до рівняння (2) у парних степенях , тобто якщо точка $(x;y)$ належить еліпсу, то йому належать також точки $(x;-y)$, $(-x;y)$, $(-x;-y)$. Звідси випливає, що еліпс є симетричним відносно осей Ox і Oy. Отже, Ox і Oy – **осі симетрії еліпса**, а точку $O(0;0)$ називають **центром еліпса**, як перетин осей симетрії.

2. Неважко показати, що точки $A_1(a;0)$, $A_2(-a;\ 0)$, $B_1(0;\ b)$, $B_2(0;\ -b)$ є точками перетину еліпса з осями координат. Точки A_1, A_2, B_1, B_2 називають **вершинами еліпсу.** Відрізки A_1A_2 і B_1B_2, а також їх довжини $2a$ і $2b$ називають відповідно **великою та малою осями еліпса.** Числа a і b називають **великою та малою півосями** відповідно ($OA_1 = a$, $OB_1 = b$). Довжину відрізка F_1F_2 називають **відстанню між фокусами** ($F_1F_2 = 2c$).

3. Із рівняння (2) випливають нерівності $\frac{x^2}{a^2} \le 1$ і $\frac{y^2}{b^2} \le 1$ або $-a \le x \le a$ і $-b \le y \le b$. Таким чином, можна стверджувати, що всі точки еліпса знаходяться всередині прямокутника, який утворюється прямими $x = \pm a$, $y = \pm b$.

4. У рівнянні (2) сума доданків $\frac{x^2}{a^2}$ і $\frac{y^2}{b^2}$ дорівнює одиниці, тому якщо зростає $|x|$, то $|y|$ спадає і навпаки.

Із вищенаведеного виходить, що еліпс має форму, зображену на рис. 9 (овальна замкнена крива).

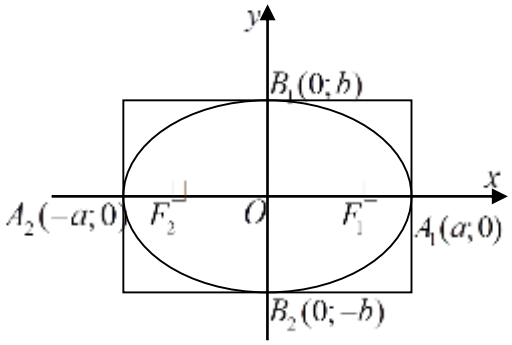


Рисунок 9

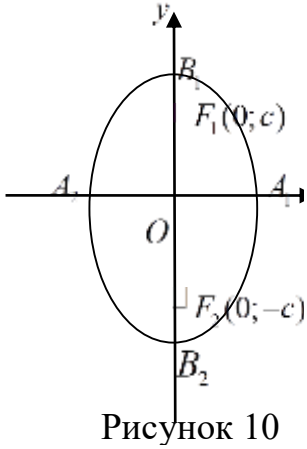


Рисунок 10

Якщо $a<b$, то рівняння (2) визначає еліпс, велика вісь якого $B_1B_2 = 2b$ належить осі Oy, а мала вісь – осі Ox (рис. 10).

Фокуси такого еліпса перебувають на великій осі у точках $F_1(0;c)$ і $F_2(0;-c)$, де $c^2 = b^2 - a^2$.

Якщо $a = b$, одержимо $x^2 + y^2 = a^2$ – рівняння коло.

Португальський архітектор Маріо Мартінс створив дім, натхненний геометричними формами, органічно вписаними у природу. Дійсно, виглядає наче форму еліпсу створила сама природа, дім оточений мальовничим ландшафтом, в який вписана білосніжна сучасна архітектура (рис. 11)

Рисунок 11

Гіпербола

Означення. Гіперболою називається множина точок на площині, для яких абсолютна величина різниці відстаней від двох даних точок площини (**фокусів)** є величиною сталою (і меншою за відстань між фокусами).

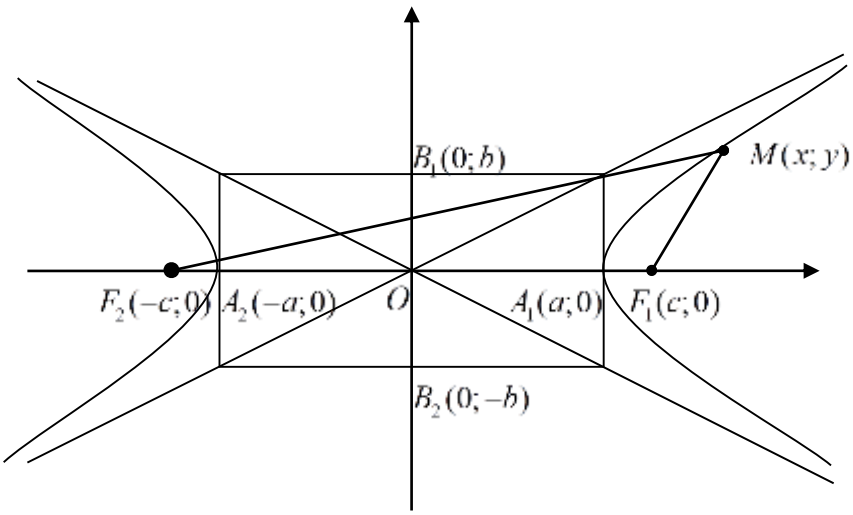


Рисунок 12

Якщо в прямокутній системі координат Oxy (рис. 12) вибрати точки $F_1(c;0)$, $F_2(-c;0)$ – **фокуси гіперболи**, то за означенням гіперболи для її довільної точки $M(x;y)$ виконується рівність

$$\left|F_1M - F_2M\right| = 2a,$$

тобто

$$\left|\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right| = 2a.$$

Після перетворень отримаємо

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ – } \textbf{канонічне рівняння гіперболи}, \qquad (3)$$

Де $b^2 = c^2 - a^2$.

Якщо провести дослідження форми гіперболи такі, як і у випадку з еліпсом, то отримаємо криву, яка зображена на рис. 12 і складається з двох нескінчених гілок.

На рисунку 12:

$OA_1 = a$ – дійсна піввісь;

$OB_1 = b$ – уявна піввісь;

$A_1A_2 = 2a$ – дійсна вісь;

$B_1B_2 = 2b$ – уявна вісь;

$F_1F_2 = 2c$ – відстань між фокусами;

Ox, Oy – осі симетрії гіперболи;

Точка $O(0;0)$ – центр симетрії гіперболи як точка перетину осей симетрії;

Точки $A_1(a;0)$, $A_2(-a;0)$ – вершини гіперболи.

Прямокутник із сторонами $2a$ і $2b$ називається **основним прямокутником гіперболи.**

Асимптоти гіперболи

Асимптотою нескінченої кривої називають таку пряму, для якої відстань від точки M на кривій до цієї прямої прямує до нуля при нескінченому віддаленні точки M від початку координат.

Розв'яжемо рівняння гіперболи (3) відносно *y:*

$$y = \pm \frac{b}{a} x \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{x}\right)^2}$$

і зробимо граничний перехід, коли *x* прямує до нескінченості.

Отримаємо

$$y = \pm \frac{b}{a} x \quad \text{– } \textbf{рівняння асимптот гіперболи}. \qquad (4)$$

Якщо півосі гіперболи рівні, тобто $a = b$, то гіпербола називається **рівнобічною**.

Крива, яка визначається рівнянням $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$, також є гіперболою (рис.13), дійсна вісь якої *2b* розташована на осі *Oy*, а уявна вісь 2*a* – на осі *Ox*.

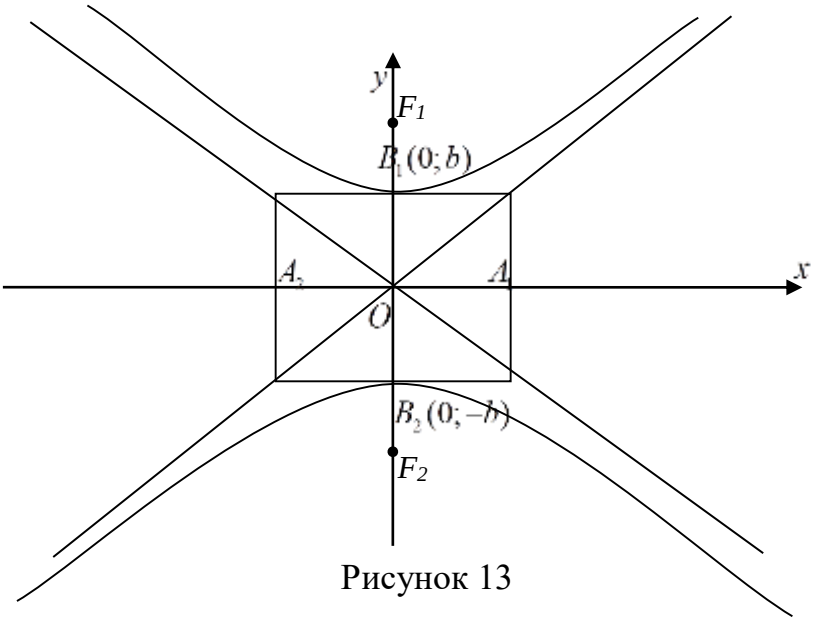


Рисунок 13

На рисунку 13:

$OB_1 = b$ – дійсна піввісь;

$OA_1 = a$ – уявна піввісь;

$A_1A_2 = 2a$ – уявна вісь;

$B_1B_2 = 2b$ – дійсна вісь;

$F_1F_2 = 2c$ – відстань між фокусами;

Ox, Oy – осі симетрії гіперболи;

Точка *O*(0;0) – центр симетрії гіперболи;

Точки $B_1(0;\ b)$, $B_2(0;\ -\ b)$ – вершини гіперболи.

Зазначимо, що фокуси гіперболи завжди перебувають на дійсній осі.

Очевидно, що гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ і $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ мають спільні асимптоти і називаються **спряженими.**

Як наочний приклад застосування теорії кривих другого порядку в архітектурі можна навести проєктне рішення для зупиночного пункту «Артемівка», який знаходиться в м. Мерефа Харківської області, науково-педагогічного працівника кафедри ІТДАС ХНУБА, архітектора-практика, члена Національної спілки архітекторів України Пихтіна С.А. (рис. 14).

Рисунок 14

Парабола

Означення. Параболою називається множина точок на площині, для кожної з яких відстань до заданої точки F (**фокуса)** дорівнює відстані до заданої прямої (**директриси**).

Відстань від фокуса F до директриси називається **параметром параболи** і позначається через p ($p>0$).

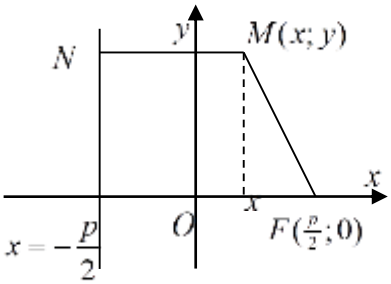


Рисунок 15

Якщо в прямокутній системі координат *Oxy* (рис. 15) вибрати $F(\frac{p}{2};0)$ – **фокус параболи** й **директрису**, яка задана рівнянням $x=-\frac{p}{2}$, то згідно з означенням координати довільної точки $M(x;y)$ на параболі задовольняють рівнянню

$$MF = MN,$$

тобто

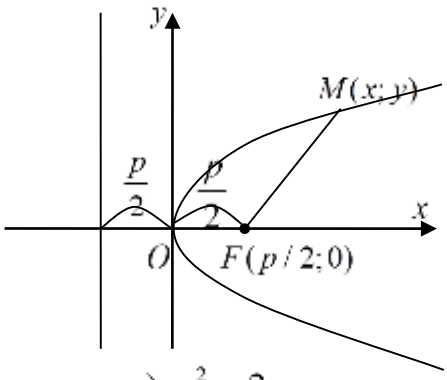
$$\sqrt{(x-p/2)^2+y^2}=\sqrt{(x+p/2)^2}.$$

Після перетворень отримаємо

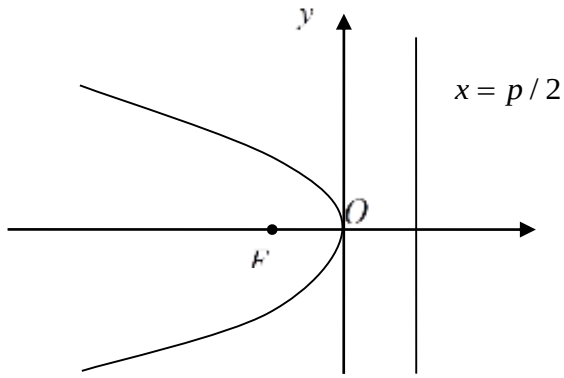
$$y^2 = 2px \text{ – } \textbf{канонічне рівняння параболи}. \qquad (5)$$

Точка $O(0;0)$ – вершина параболи; вісь *Ox* – вісь симетрії параболи (рис. 16(*a*)).

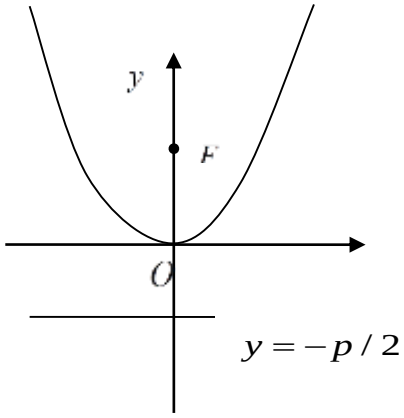
Рівняння $y^2=-2px$, $x^2=2py$, $x^2=-2py$ також визначають параболи, які зображені на рис.16.



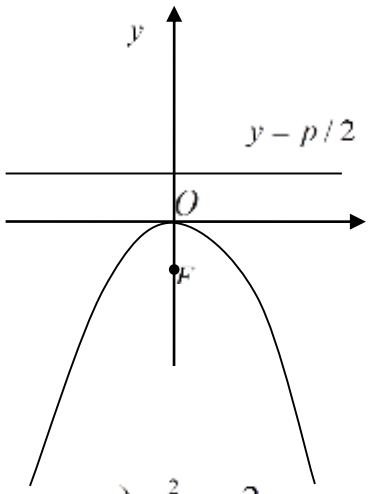
а) $y^2=2px$



б) $y^2=-2px$



в) $x^2 = 2py$



г) $x^2 = -2py$

Рисунок 16

Наведемо приклад архітектурного рішення одного з співавторів методичних вказівок науково-педагогічного працівника кафедри ІТД АС ХНУБА Пихтіна С.А. На рисунках 17 та 18 представлена альтанка, перерізом даху якої є парабола. Наочно в цьому переконатися можна на рисунку 17, де в якості металевого каркасу даху ми бачимо параболи.

Рисунок 17

Рисунок 18

Питання для самоперевірки

1 Запишіть канонічні рівняння кола, еліпса, гіперболи і параболи.

2 Які геометричні властивості еліпса, гіперболи і параболи?

3 Що називається асимптотами гіперболи?

Тема 3 Поверхні другого порядку

Поверхні, порядок яких вищий за перший, називають кривими. Ці поверхні відрізняються багатою різноманітністю форм і надають широкі можливості для цікавих архітектурних рішень.

Означення. Поверхня, яка в деякій системі координат *Oxyz* визначається алгебраїчним рівнянням другого степеня, називається **поверхнею другого порядку.**

У загальному вигляді рівняння другого порядку відносно змінних *x, y, z* має вигляд

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dxy + 2Exz + 2Fyz + 2Gx + 2Hy + 2Kz + L = 0,$$

де коефіцієнти при змінних – деякі дійсні числа.

Спростивши дане рівняння можна отримати 17 різних канонічних рівнянь:

1. Еліпсоїд (рис. 19)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

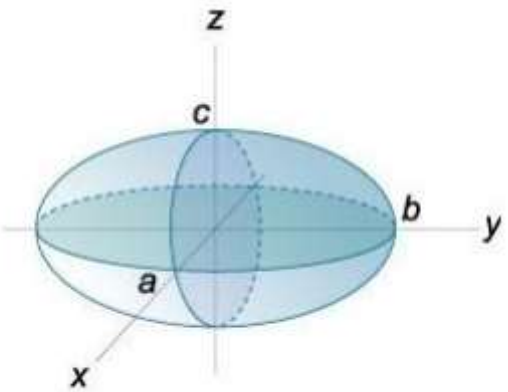


Рисунок 19

2. Уявний еліпсоїд

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1.$$

3. Однопорожнинний гіперболоїд (рис. 20)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

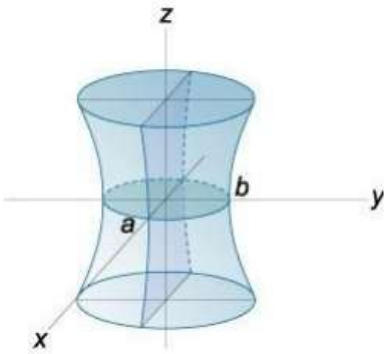


Рисунок 20

4. Двопорожнинний гіперболоїд (рис. 21)

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1.$$

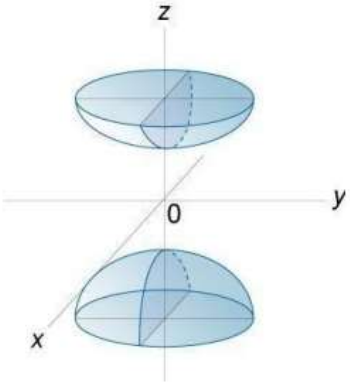


Рисунок 21

5. Конічна поверхня (рис. 22)

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0.$$

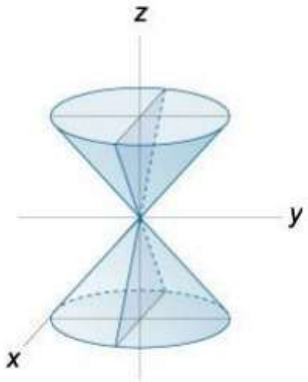


Рисунок 22

6. Уявна конічна поверхня

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0.$$

7. Еліптичний параболоїд (рис. 23)

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-z=0.$$

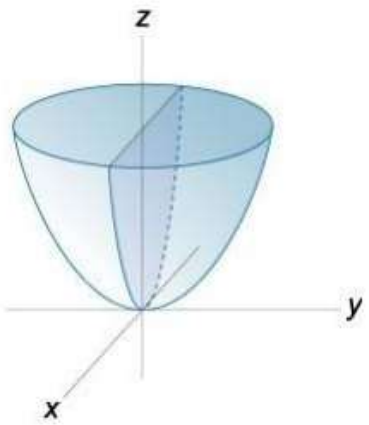


Рисунок 23

8. Гіперболічний параболоїд (рис. 24)

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-z=0.$$

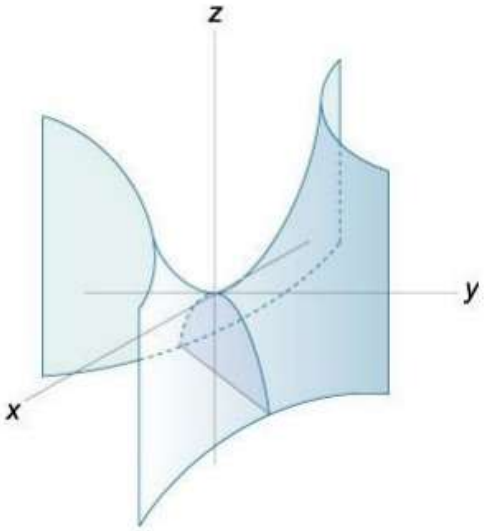


Рисунок 24

9. Еліптичний циліндр (рис. 25)

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1.$$

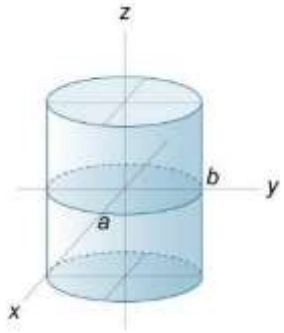


Рисунок 25

10. Уявний еліптичний циліндр

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1.$$

11. Гіперболічний циліндр (рис. 26)

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1.$$

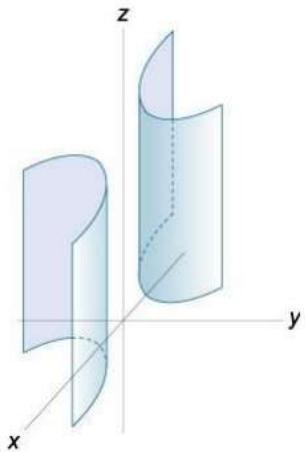


Рисунок 26

12. Площини, що перетинаються

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0.$$

13. Уявні площини, що перетинаються

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=0$$

14. Параболічний циліндр (рис. 27)

$$\frac{x^2}{a^2} - y = 0$$

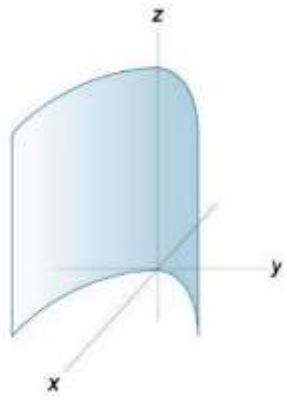


Рисунок 27

15. Паралельні площини

$$\frac{x^2}{a^2} = 1$$

16. Уявні паралельні площини

$$\frac{x^2}{a^2} = -1$$

17. Площини, що співпадають

$$\frac{x^2}{a^2} = 0$$

Інші важливі характеристики поверхонь другого порядку

Довільна пряма перетинає поверхню другого порядку в двох точках. Перетином поверхні другого порядку з довільною площиною є лінія другого порядку або пряма. Поверхні другого порядку, які мають дійсні прямолінійні твірні, називають лінійчатими. Їх можна утворити рухом прямої. До таких поверхонь належать циліндричні й конічні поверхні, однопорожнинний гіперболоїд та гіперболічний параболоїд. Дотичною площиною в точці до поверхні другого порядку називається геометричне місце дотичних до всіх ліній, які лежать на поверхні і проходять через цю точку (точку дотику). Опукла поверхня другого порядку (наприклад, еліпсоїд) з дотичною площиною мають

одну спільну точку. Лінійчаті поверхні з дотичною площиною мають або спільну пряму дотику (наприклад, циліндр, конус), або дві спільні прямі (прямолінійні твірні), наприклад, однопорожнинний гіперболоїд та гіперболічний параболоїд.

Центром поверхні другого порядку називається точка, в якій усі хорди поверхні, що через неї проходять, діляться навпіл. Тому розрізняють такі типи невироджених поверхонь другого порядку: 1) центральні (еліпсоїд, однопорожнинний і двопорожнинний гіперболоїди, конус); 2) нецентральні (еліптичний і гіперболічний параболоїди); 3) поверхні з прямою центрів (еліптичний і гіперболічний циліндри) тощо.

Відрізок, який сполучає дві довільні точки поверхні другого порядку, називається хордою цієї поверхні. Середини паралельних хорд поверхні другого порядку лежать на площині.

Питання для самоперевірки

1 Яка поверхня називається поверхнею другого порядку?

2 Перелічить основні види поверхонь другого порядку.

Тема 4 Поверхні другого порядку в архітектурі

Найбільшою популярністю у архітекторів та інженерів користуються споруди й вироби в формі поверхонь обертання, перенесення, а також циліндричних, конічних і зонтичних поверхонь. Деякі класи поверхонь представлені в реальних спорудах тільки їх найпростішими формами. В даний час описані понад 550 поверхонь. Проілюструємо застосування деяких аналітичних поверхонь у формах реальних будівельних конструкцій, будівель і споруд.

Розгляд почнемо з поверхонь обертання, найбільш широко застосовується з яких - *сферична.* Сферичні купола зводилися ще в глибоку давнину, починаючи з добре зберігся купола-ротонди Пантеону в Римі (рис. 28), часом сплеск інтересу до них стався в зв'язку з будівництвом залізобетонних напівсферичних куполів планетаріїв (рис. 29). Величезний внесок у розширення застосування сферичних поверхонь внесли геодезичні куполи Н. Фостера.

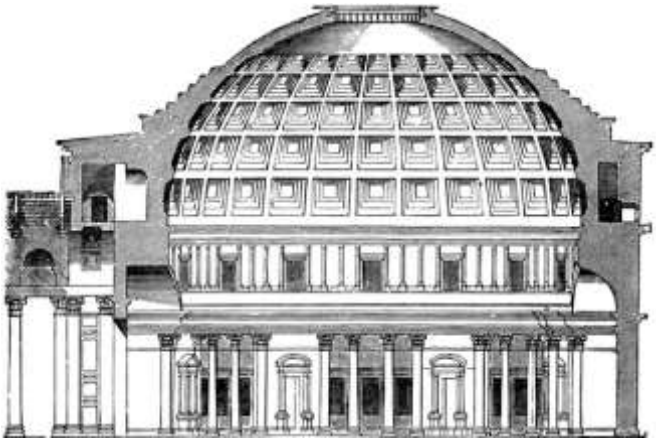


Рисунок 28 Рисунок 29

Наступними за широтою застосування є *Параболоїди обертання,* які можна бачити в обрисах глиняних куполів в Африці, куполів зі снігу у народів Півночі.

Еліпсоїд обертання також користується авторитетом у архітекторів. Наприклад, архітектори бюро Yazgan Design Architecture створили неординарну споруду, спроектовану на зеленому пагорбі в околицях Стамбула (рис.30).

Рисунок 30

Застосування будівельних та архітектурних конструкцій, обмежених кривими поверхнями, поширене ще з давніх часів. Різноманітні покриття, башти та куполи надавали особливої виразності архітектурним спорудам на фоні міської забудови та навколишнього ландшафту. Нині важливого значення набуває знання закономірностей побудови кривих поверхонь, коли застосування кривої поверхні в інженерному або архітектурному вирішенні є

найоптимальнішим або єдино можливим. За допомогою таких конструкцій перекривають великі за площею приміщення без проміжних опор, що важливо при будівництві спортивних, видовищних, торгових залів, вокзалів, аеропортів та інших громадських споруд. Оптимальною є криволінійна форма таких промислових споруд, як резервуари, газгольдери тощо. Криволінійну форму мають багато елементів інженерного устаткування будівель; нарешті, земний рельєф, на якому розміщують об'єкти будівництва, також обмежується кривими поверхнями. Формоутворення кривих поверхонь широко застосовується у технічному дизайні.

Для того, щоб уявити форми таких поверхонь, звернемося до будівель, автором проєктів яких є науково-педагогічний працівник кафедри ІТДАС ХНУБА Пихтін С.А. (рис. 31 - рис. 34). Такі будівлі є розробками для подальшої реалізації.

Рисунок 31

Рисунок 32

Рисунок 33

Рисунок 34

Представлені споруди є комбінаціями декількох геометричних тіл: призми, паралелепіпеда, циліндра, еліпсоїда. Потрібно звернути окрему увагу на покрівлю будівель, що має криволінійний характер. Серед перерізів не важко побачити криві другого порядку: коло, еліпс, гіперболу та параболу.

Бібліографічний опис

1 Волошинов А.В. Математика и искусство. М.: Просвещение, 2000. 400 с.

2 Иконников А.В. Художественный язык архитектуры. М.: Искусство, 1985. 175с.

3 Основы комбинаторики в художественном конструировании: Учеб. пособие/ И.Т. Волкотруб. К.: Вища школа. Головне изд-во, 1986. 159 с.

4 Основы динамического формообразования в архитектуре: учебник для вузов/ Н.А. Сапрыкина. М.: «Архитектура - С», 2005. 312 с.

5 Современные пространственные конструкцмм (железобетон, металл, дерево, пластмассы): Справочник/ Ю.А.Дыховичный, Э.З.Жуковский, В.В. Ермолов и др. М.: Высш. школа, 1991. 543 с.

6 Аршава Е.А., Щелкунова Л.И., Шульгина С.С., Скрипник М.А. Фракталы в математике, строительстве и архитектуре/ Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика, Т. 3, вып 8-3 (19-3). 2015. С. 194-197.

7 Графики функций: Справочник / Н.А. Вирченко, И.И. Ляшко, К.И. Швецов. К: Наукова думка, 1979. 320 с.

8 Щелкунова Л.И. Дифференциальная геометрия и фрактальный анализ в архитектурном проектировании / Научно-исследовательские публикации, вып. 2(40), 2017. С. 63-68.

9 Архитектурная бионика/ Ю.С.Лебедев, В.И.Рабинович, Е.Д.Положай и др.; под редакцией Ю. С. Лебедева. Москва: Стройиздат, 1990. 268 с.

10 Щелкунова Л.І. Вища математика для архитекторів: навчальний посібник з грифом Вченої Ради ХНУБА/Л.І. Щелкунова. Харків, ФОП Панов А.М., 2018. 150 с.

11 Методичні вказівки до виконання самостійної роботи «Прикладні задачі математики в архітектурі» з навчальної дисципліни «Вища математика» для здобувачів вищої освіти спеціальності 191 «Архітектура та містобудування» першого (бакалаврського) рівня/ Укладачі: О.О. Аршава, С.А. Пихтін. Харків: ХНУБА, 2020. 30 с.

ЗМІСТ

Вступ ……... 3
Тема 1 Геометрія в сучасній архітектурі ……. 3
1.1 Суть в простоті ……. 4
1.2 Автентичність …….. 5
1.3 Природність …….. 6
1.4 Повітря і світло …… 7
1.5 Нові-старі матеріали …… 8
Тема 2 Криві другого порядку ……. 9
Тема 3 Поверхні другого порядку …….. 19
Тема 4 Поверхні другого порядку в архітектурі 24
Бібліографічний опис …… 28

Навчальне видання

Методичні вказівки до самостійної роботи «Криві та поверхні другого порядку в архітектурі» з навчальної дисципліни «Вища математика» для здобувачів вищої освіти спеціальності 191 «Архітектура та містобудування» першого (бакалаврського) рівня

Укладачі: БАБАЄВА Олена Вікторівна

ПИХТІН Сергій Анатолійович

Відповідальний за випуск О.О. Аршава

За редакцією авторів

План 2021 р., поз. 144
Підп. до друку 03.11.20. Формат 60x84 1/16. Папір офсетний.
Riso-друк. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 1,5.
Тираж 50 прим. Зам. № 6352. Безкоштовно.

ХНУБА, 61002, Харків, вул. Сумська, 40

Підготовлено та надруковано РВВ Харківського національного університету будівництва та архітектури