Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

Г.В. Лисянська

Методичні вказівки до індивідуальної роботи з дисципліни «Вища математика» для студентів спеціальностей 071 «Облік і оподаткування», 072 «Фінанси, банківська справа та страхування», 075 «Маркетинг»

Харків 2018

Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

Спеціальності 071, 072, 075

Г.В. Лисянська

Методичні вказівки до індивідуальної роботи з дисципліни «Вища математика» для студентів спеціальностей 071 «Облік і оподаткування», 072 «Фінанси, банківська справа та страхування», 075 «Маркетинг»

Затверджено на засіданні кафедри
вищої математики.
Протокол № 3 від 19.11.2018

Харків 2018

Методичні вказівки до індивідуальної роботи з дисципліни «Вища математика» для студентів спеціальностей 071 «Облік і оподаткування» , 072 «Фінанси, банківська справа та страхування», 075 «Маркетинг» / Укладач Г.В. Лисянська – Харків: ХНУБА, 2018. - 25 с.

Рецензент В.О. Гаєвська

Кафедра вищої математики

ВСТУП

Методичні вказівки призначаються для надання допомоги студентам в організації індивідуальної роботи з дисципліни “Вища математика”.

Результативність індивідуальної роботи забезпечується системою контролю, яка включає наступні етапи:

- виконання індивідуальних домашніх завдань;
- виконання контрольних робіт;
- виконання та складання підсумкового завдання з теми;
- виконання модульної контрольної роботи за всіма темами модуля.

Методичні вказівки містять робочу програму модуля і перелік тестових завдань для складання модульного контролю.

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ І.

Лінійна алгебра та аналітична геометрія.

Вступ до аналізу. Диференціальне числення функції однієї змінної.

Тема 1. Матриці, лінійні операції. Визначники довільного порядку, їх властивості. Методи обчислення визначників. Розв’язування систем лінійних рівнянь методами Крамера, Гауса, за допомогою оберненої матриці. Вектори та дії з ними. Проекція вектора на вісь. Скалярний, векторний та змішаний добутки векторів. Їх властивості.

Тема 2. Рівняння лінії на площині. Рівняння поверхні у просторі. Рівняння площини та пряма лінія у просторі. Криві та поверхні другого порядку. Полярні координати, параметричне завдання ліній.

Тема 3. Нескінченно малі та нескінченно великі величини. Зв’язок між ними. Границя послідовностей та функцій. Перша та друга особливі границі. Неперервність функції, класифікація точок розривів, основні теореми про неперервні функції.

Тема 4. Похідна функцій, практичні тлумачення, прості застосування. Правила диференціювання функції. Таблиця похідних. Похідна оберненої, неявної, параметрично заданої функції. Диференціал функції, інваріантність форми першого диференціала. Еластичність функції.

Тема 5. Похідні та диференціали вищих порядків. Основні теореми про диференційовані функції (Ролля, Лагранжа, Лопіталя). Формули Тейлора та Маклорена. Монотонність, екстремум, опуклість, кривина функції. Асимптоти. Загальна схема побудови графіка функцій.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ ІІ.

Інтегральне числення функції однієї змінної.

Функції багатьох змінних. Диференціальні рівняння. Ряди

Тема 6. Первісна та невизначений інтеграл, властивості. Таблиця невизначених інтегралів. Інтегрування заміною змінної та частинами. Стандартна техніка невизначеного інтегрування.

Тема 7. Визначений інтеграл, властивості. Формула Ньютона-Лейбниця. Методи підстановки та інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Геометричне та економічне застосування визначених інтегралів. Невласні інтеграли. Дослідження на збіжність. Інтеграл Пуассона.

Тема 8. Означення функції багатьох змінних. Частинні похідні та диференціали функцій двох змінних. Екстремуми функцій двох змінних (необхідні та достатні умови). Умовний екстремум. Похідна за напрямом. Градієнт.

Тема 9. Диференціальні рівняння першого порядку. Існування і єдність розв'язку задача Коші. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними, однорідні лінійні, Бернуллі. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Структура загального розв'язку. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Розв'язування методом варіації сталих. Системи диференціальних рівнянь. Розв'язування нормальної системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Диференціальні рівняння в моделюванні економічних ситуацій.

Тема 10. Ряди, збіжність рядів. Гармонічний ряд. Необхідна умова збіжності. Стандартні достатні ознаки збіжності рядів з додатними членами (порівняння, Даламбера, Коші (радикальна, інтегральна)). Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Функціональні та степеневі ряди. Збіжність. Теорема Абеля. Ряди Тейлора та Маклорена. Стандартні розвинення деяких функцій у степеневі ряди.

ПЕРЕЛІК ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ

1 Лінійна алгебра

1 Якщо матриці $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 8 & 3\end{pmatrix}$ і $B=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 3 & 0\end{pmatrix}$, то їхня сума дорівнює:

a) $\begin{pmatrix}3 & 2\\ 5 & 3\end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix}-2 & 8\\ 24 & 0\end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix}1 & 6\\ 11 & 3\end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix}4 & 8\\ -8 & 9\end{pmatrix}$.

2 Якщо $K=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $\lambda=7$, те $N=\lambda K$ має вигляд :

a) $N=\begin{pmatrix}0 & -14\\ 7 & 7\end{pmatrix}$; b) $N=\begin{pmatrix}7 & -9\\ 7 & 7\end{pmatrix}$; c) $N=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 1 & 7\end{pmatrix}$; d) $N=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 7 & 7\end{pmatrix}$.

3 З перерахованих матриць : 1) K_{33} , 2) D_{22} , 3) M_{45} , 4) A_{32} , 5) C_{15} можна перемножити :

a) 1 і 4; b) 2 і 5; c) 1 і 5; d) 3 і 5.

4 Квадратна матриця А називається неособливою, якщо її визначник Δ:

a) $\Delta>0$; b) $\Delta<0$; c) $\Delta\neq 0$; d) $\Delta=0$.

5 Визначник матриці $A=\begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 6 & -1 \\ 2 & 2 & -8 & 5 \end{pmatrix}$ дорівнює :

a) $\Delta = 3$; b) $\Delta = 21$; c) $\Delta = 0$; d) $\Delta = 9$.

6 Визначник $\Delta=\begin{vmatrix} -x & 1 & 0 \\ 1 & -x & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ дорівнює нулю при значенні x :

a) $x=\pm 1$; b) $x=0$; c) $x = 2$; d) $x = 3$.

7 Визначник матриці $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ дорівнює:

a) 4 ; b) -2 ; c) 0 ; d) -3.

8 Алгебраїчне доповнення елемента a_{13} матриці $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ має вигляд:

a) $-\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$; b) $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}$; c) $-\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}$; d) $\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$.

9 Алгебраїчне доповнення елемента a_{23} визначника $\Delta=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & -5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ дорівнює:

a) -1; b) 1; c) -22; d) 22 .

10 Розкладання визначника $\Delta=\begin{vmatrix} 3 & 1 & -4 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ за елементами другого рядка має вигляд:

a) $-a_{21}+a_{23}$; b) $3a_{21}+a_{22}-4a_{23}$;

c) $2a_{21}+10a_{22}-a_{23}$; d) $-2a_{21}+2a_{22}-a_{23}$.

11 Розкладання визначника $\Delta=\begin{vmatrix} 1 & a_{12} & 3 \\ -1 & a_{22} & 0 \\ 0 & a_{32} & 1 \end{vmatrix}$ по елементах другого стовпця має вигляд :

a) $3a_{12}+a_{32}$; b) $-a_{12}-a_{22}-3a_{32}$; c) $a_{12}-a_{22}$; d) $a_{12}+a_{22}-3a_{32}$.

12 Матриця системи $\begin{cases} x_2-x_3=0, \\ x_2+x_3=0, \\ x_1+2x_2=-1 \end{cases}$ має вигляд :

a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

13 Розширена матриця системи $\begin{cases} x_1 + 3x_3 = 0, \\ x_2 + x_1 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$ має вигляд :

a) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

14 Головний визначник системи рівнянь $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}$ дорівнює:

a) $\Delta = 7$; b) $\Delta = -7$; c) $\Delta = -5$; d) $\Delta = 1$.

15 Матриця A^T, транспонована до матриці $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, має вигляд :

a) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

16 Для матриці $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ та $\lambda = 2$ добуток $A^T \cdot \lambda$ (A^T – транспонована матриця) має вигляд :

a) $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} -2 & 8 \\ 0 & 16 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$.

17 Добуток матриць A = (3 1 2) і B^T, якщо B = (- 2 1 4), дорівнює:

a) (0); b) (3); c) (- 6 2 4); d) $\begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

18 Матриця B називається оберненою до матриці A (A – квадратна, неособлива), якщо виконуються умови :

a) $A \cdot B^{-1} = E$; b) A + B = E ;

c) AB = BA = E ; d) $A \cdot B^T = E$, де E – одинична матриця .

19 Матриця $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2-\lambda & 1 \end{pmatrix}$ не має оберненої при λ, рівному :

a) - 2; b) - 1; c) 2; d) 1.

20 Розв’язком системи A X = B, де A – неособлива матриця , є:

a) $X = \dfrac{B}{A}$; b) $X = A - BE$; c) $X = A^{-1} \cdot B$; d) $X = B \cdot A^{-1}$.

2 Векторна алгебра

1 Вектор $\vec{e}(x; y; z)$ є одиничним, якщо $x;\ y;\ z$ задовольняють умові:

a) $x = y = z = 1$; b) $x + y + z = 1$; c) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$; d) $x = 0;\ y = 0;\ z = 1$.

2 Початок вектора $\overrightarrow{AB}$(7; -1; 3) збігається із точкою A(-3; 1; 0). Тоді кінець вектора має координати :

a) (4; 0; 3) ; b) (-4; 0; -3) ; c) (10; -2; 3) ; d) (-10; 2; -3) .

3 Вектор, протилежний вектору $2\vec{a}$, якщо $\vec{a}=3\vec{i}-4\vec{j}+\vec{k}$, має координати:

a) (6; - 4; 2) ; b) (-6; 8; -2) ; c) (2; 4; 6) ; d) (- 2; 4; - 6) .

4 Лінійна комбінація векторів $3\vec{a}+\vec{b}$, якщо $\vec{a}$ (0; - 1; 3); $\vec{b}$ (4; - 2; 1), має координати :

a) (7; 5; 10) ; b) (7; - 5; 10) ; c) (4; - 5; 10) ; d) (4; 5; 10) .

5 Задано : $\overrightarrow{AB}$ (4; - 1; 2); $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}$; точка D (- 3; 0; 1). Тоді координати точки А дорівнюють:

a) (- 11; 2; - 3) ; b) (11; - 2; 3) ; c) (5; - 2; 5) ; d) (- 5; 2; - 5) .

6 Діагональ паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}=6\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}$ і $\vec{b}=3\vec{i}-2\vec{j}+6\vec{k}$, і початок якої збігається з загальним початком векторів, дорівнює :

a) $\vec{d}=(9;\ 1;\ 4)$; b) $\vec{d}(18;-6;-12)$;

c) $\vec{d}=-9\vec{i}-\vec{j}-4\vec{k}$; d) $\vec{d}=-18\vec{i}+6\vec{j}+12\vec{k}$.

7 Якщо $\vec{a}$ (3;-4; 2) і λ =3, то довжина вектора $\lambda\vec{a}$ дорівнює:

a) 29 ; b) $\sqrt{29}$; c) 87; d) 3 $\sqrt{29}$.

8 Довжина вектора $\vec{a}(3;\ y;-1)$ дорівнює $\sqrt{35}$. Тоді координата y приймає значення :

a) в = 33 ; b) в = ± 5 ; c) в = $\pm 3\sqrt{3}$; d) в = 31.

9 Напрямні косинуси вектора $\vec{a}$ (6; 0; 8) рівні :

a) $\cos\alpha=\frac{3}{7},\ \cos\beta=0,\ \cos\gamma=\frac{4}{7}$; c) $\cos\alpha=\frac{6}{\sqrt{14}},\ \cos\beta=0,\ \cos\gamma=\frac{8}{\sqrt{14}}$;

b) $\cos\alpha=\frac{3}{5},\ \cos\beta=0,\ \cos\gamma=\frac{4}{5}$; d) $\cos\alpha=\frac{3}{5},\ \cos\beta=1,\ \cos\gamma=\frac{4}{5}$.

10 Скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ позначається так:

a) $|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin\varphi$; b) $|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\varphi$; c) $|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot tg\varphi$; d) $|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot ctg\varphi$.

11 Задано : $|\vec{a}|=2$; $|\vec{b}|=5$; кут між цими векторами дорівнює $\frac{\pi}{3}$. Тоді їх скалярний добуток $\vec{a}\cdot\vec{b}$ дорівнює :

a) 10 ; b) 5 ; c) $5\sqrt{3}$; d) $10\sqrt{3}$.

12 Косинус кута між векторами $\vec{a}$ (3 ; 4 ; 2) і $\vec{b}$ (-3 ; 2 ; 4) дорівнює :

a) $\frac{1}{3}$; b) $\sqrt{3}$; c) $\frac{7}{29}$; d) $\frac{3}{2}$.

13 Скалярний добуток векторів $\vec{a}$ (3; - 1; - 4) і $\vec{b}$ (1; - 3; 5) дорівнює :

a) - 14 ; b) $\overrightarrow{(3;\ 3;-20)}$; c) 14 ; d) $\overrightarrow{(-3;-3;20)}$.

14 Умова перпендикулярності векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ має вигляд :

a) $\vec{a}\times\vec{b}=0$; b) $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$; c) $\vec{a}-\vec{b}=0$; d) $\vec{a}+\vec{b}=0$.

15 Вектор $\vec{a}(2;\alpha;-1)$ перпендикулярний до вектора $\vec{b}(\alpha;4;6)$ при значенні α, яке дорівнює :

a) 4 ; b) 2 ; c) 1; d) - 1 .

16 Проекція вектора $\vec{a}$ на напрямок вектора $\vec{b}$ визначається за формулою:

a) $\frac{\vec{a}\times\vec{в}}{|\vec{в}|}$; b) $\frac{\vec{a}\times\vec{в}}{|\vec{a}|}$; c) $\frac{\vec{a}\cdot\vec{в}}{|\vec{a}|}$; d) $\frac{\vec{a}\cdot\vec{в}}{|\vec{в}|}$.

17 Модуль векторного добутку векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ дорівнює :

a) $|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$; b) $|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin\varphi$; c) $|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\varphi$; d) $|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot tg\,\varphi$.

18 Трикутник побудований на векторах $\vec{a}$ і $\vec{b}$. Тоді площа трикутника визначається за формулою :

a) $\vec{a}\cdot\vec{b}$; b) $\vec{a}\times\vec{b}$; c) $\frac{1}{2}\left|\vec{a}\cdot\vec{b}\right|$; d) $\frac{1}{2}\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|$.

19 Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють кут $\varphi=\frac{\pi}{6}$, причому $|\vec{a}|$ = 7, $|\vec{b}|$ = 6. Тоді $|\vec{a}\times\vec{b}|$ дорівнює :

a) $21\sqrt{3}$; b) 21 ; c) 10,5 ; d) $\frac{21\sqrt{3}}{2}$.

20 Векторний добуток векторів, заданих своїми координатами, знаходиться за формулою:

a) $\vec{a}\times\vec{в} = (x_1x_2;\ y_1y_2;\ z_1z_2)$; b) $\vec{a}\times\vec{в} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$;

c) $\vec{a}\times\vec{в} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$; d) $\vec{a}\times\vec{в} =. \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$.

21 Векторний добуток векторів $\vec{a}$(3; -1; 2) і $\vec{b}$ (-3; 1; -2) дорівнює :

a) - 14 ; b) $\overrightarrow{(-9;\ -1;\ -4)}$; c) 0 ; d) $\overrightarrow{(9;\ 1;\ 4)}$.

22 Якщо два вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ паралельні, то виконується умова :

a) $\vec{a}=\lambda\cdot\vec{b}$; b) $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$; c) $\vec{a}+\vec{b}=0$; d) $\vec{a}-\vec{b}=0$.

23 Два вектори $\vec{a}=\alpha\vec{i}+4\vec{j}-\vec{k}$ і $\vec{b}(3;2;\beta)$ колінеарні, якщо значення α і β дорівнюють :

a) $\alpha=3,\ \beta=-1$; b) $\alpha=6,\ \beta=-2$; c) $\alpha=3,\ \beta=-2$; d) $\alpha=6,\ \beta=-\frac{1}{2}$.

24 Об'єм піраміди, побудованої на векторах $\vec{a},\vec{в},\vec{c}$, обчислюється за формулою:

a) $\vec{a}\cdot\vec{в}\cdot\vec{c}$; b) $|\vec{a}\cdot\vec{в}\cdot\vec{c}|$; c) $\frac{1}{6}\vec{a}\cdot\vec{в}\cdot\vec{c}$; d) $\frac{1}{6}|\vec{a}\cdot\vec{в}\cdot\vec{c}|$.

25 Умова компланарності трьох векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$ має вигляд :

a) $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=0$; b) $(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}=0$; c) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$; d) $\vec{a}=\vec{b}=\vec{c}$.

3 Аналітична геометрія на площині

3.1 Пряма на площині

1 Які з перерахованих точок : $M_1(3;\ 1)$, $M_2(2;\ 3)$, $M_3(-\ 2;\ 1)$, $M_4(5;\ 1)$, $M_5(0;\ 4)$ лежать на прямій $2x + 3y - 13 = 0$:

a) M_1 і M_3; b) M_2 і M_4; c) M_1 і M_5; d) M_3 і M_5?

2 Точка перетину двох прямих : $x + y - 2 = 0$ і $2x + y + 1 = 0$ має координати:

a) (3 ; -5) ; b) (1 ; -1) ; c) (-1 ; 1) ; d) (-3 ; 5) .

3 Загальне рівняння прямої на площині має вигляд :

a) $y = kx + b$; b) $y - y_1 = k\left(x - x_1\right)$; c) $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$; d) $ax + by + c$.

4 Пряма проходить через точку A (- 2; 5) перпендикулярно до вектора $\vec{S}$ (3;4). Тоді рівняння прямої має вигляд:

a) $3(x - 2) + 4(y + 5) = 0$; c) $-2\ (x - 3) + 5(y - 4) = 0$;

b) $3(x + 2) + 4(y - 5) = 0$; d) $-2\ (x + 3) + 5(y + 4) = 0$.

5 Рівняння прямої, що проходить через точку M (1 ; 2) перпендикулярно до вектора $\vec{a}$ (2 ; -3) має вигляд:

a) $2x - 3y - 8 = 0$; b) $2x + 3y + 4 = 0$; c) $2x - 3y + 4 = 0$; d) $2x - 3y - 4 = 0$.

6 Пряма $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} = 1$ має нормальний вектор з координатами:

a) (3;4); b) (4;3); c) $\left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{4}\right)$; d) $\left(\dfrac{1}{4}; \dfrac{1}{3}\right)$.

7 Рівняння прямої, що проходить через точку M(- 3; 1) паралельно вектору $\vec{S}$ (2; 5), має вигляд :

a) $2(x - 3) + 5(y + 1) = 0$; b) $2\ (x + 3) + 5(y - 1) = 0$;

c) $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{5}$; d) $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y-1}{5}$.

8 Рівняння прямої, що проходить через точки M_1(-3; 1) і M_2(0; -2), має вигляд:

a) $\dfrac{X-3}{-3} = \dfrac{Y+1}{-1}$; b) $\dfrac{X+3}{3} = \dfrac{Y-1}{-3}$; c) $\dfrac{X-3}{0} = \dfrac{Y+1}{-2}$; d) $\dfrac{X+3}{0} = \dfrac{Y-1}{-2}$.

9 Задані точки A (1; 2) і B (2 ; 2) . Рівняння прямої AB має вигляд :

a) $x - 1 = 0$; b) $y = 2$; c) $y + 2 = 0$; d) $x + 1 = 0$.

10 Рівняння прямої, що проходить через точки M (1; 1) і N (3; 3), має вигляд:

a) $Y = X$; b) $Y = 3X$; c) $X = 3Y$; d) $X + Y = 0$.

11 Рівняння прямої, що проходить через початок координат і точку M(3;4), має вигляд :

a) $y = \dfrac{3}{4}x$; b) $4x - 3y = 0$; c) $3x + 4y = 0$; d) $4x + 3y = 0$.

12 Кутовий коефіцієнт прямої $-2x + y - 5 = 0$ дорівнює:

a) -2 ; b) 2 ; c) $-\frac{2}{5}$; d) $\frac{2}{5}$.

13 Рівняння прямої, що проходить через точку M (- 2;) і має кутовий коефіцієнт k = 2, має вигляд :

a) $(x - 2) = 2(y + 3)$; c) $(x + 2) = 2(y - 3)$;
b) $y - 3 = 2(x + 2)$; d) $y + 3 = 2(x - 2)$.

14 Пряма $x + y = 3$ утворить із віссю OX кут, який дорівнює :

a) 45° ; b) 135° ; c) 30° ; d) 60° .

15 Рівняння прямої, що проходить через точку (3; 4) паралельно осі OX, має вигляд:

a) $x = 3$; b) $y = 4$; c) $y = -3$; d) $y = -4$.

16 Рівняння прямої, що проходить через точку M (- 2; - 5) паралельно осі OY має вигляд :

a) $x = 2$; b) $y = 5$; c) $x = -2$; d) $y = -5$.

17 Рівняння прямої, що проходить через точку M(-3 ; 4) перпендикулярно осі OX має вигляд :

a) $x = 3$; b) $y = -4$; c) $x = -3$; d) $y = 4$.

18 Пряма $3x - 4y + 12 = 0$ відтинає на осях координат відрізки :

a) 3 і -4 ; b) -3 і 4 ; c) -4 і 3 ; d) 4 і -3 .

19 Рівняння прямої, що відтинає на осях координат відрізки 2 і 4, має вигляд :

a) $y = 4 - 2x$; b) $2x + 4y = 1$; c) $4x + 2y = 1$; d) $x = 2y$.

20 Якщо прямі паралельні, тоді їх кутові коефіцієнти задовольняють умові :

a) $k_1 + k_2 = 0$; b) $k_1 - k_2 = 0$; c) $k_1 \cdot k_2 = 1$; d) $k_1 \cdot k_2 = -1$;

21 З перерахованих прямих : 1) $y = \frac{2}{3}x + 1$, 2) $3x - 2y + 5 = 0$, 3) $y = -\frac{2}{3}x + 3$, 4) $4x - 6y - 3 = 0$, 5) $3y - 2x + 7 = 0$ паралельними є :

a) 1 і 2 ; b) 1, 2 і 4 ; c) 1, 4 і 5 ; d) 2 і 3.

22 Прямі $3x - 2y + 4 = 0$ і $x + my - 5 = 0$ паралельні при значенні m, яке дорівнює:

a) $\frac{2}{3}$; b) $-\frac{2}{3}$; c) $\frac{3}{2}$; d) $-\frac{3}{2}$.

23 Дві прямі $y = k_1 \cdot x + b_1$ та $y = k_2 \cdot x + b_2$ перпендикулярні, якщо :

a) $k_1 = k_2$; b) $k_1 = -k_2$; c) $k_1 \cdot k_2 = 1$; d) $k_1 \cdot k_2 = -1$.

24 З перерахованих прямих :
1) $3x - 2y = 0$, 2) $2x + 3y - 5 = 0$, 3) $3x + 2y - 1 = 0$, 4) $2x - 3y + 2 = 0$ перпендикулярними є :

a) 1 і 2 ; b) 2 і 3 ; c) 1 і 4 ; d) 2 і 4.

25 Кут між двома прямими на площині визначається формулою :

a) $\sin\varphi = \dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}$; b) $tg\varphi = \dfrac{k_2 + k_1}{1 - k_1 \cdot k_2}$; c) $\cos\varphi = \dfrac{k_2 - k_1}{1 - k_1 \cdot k_2}$; d) $tg\varphi = \dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}$.

26 Кут між прямими $2x - 3y + 1 = 0$ і $3x + 2y - 2 = 0$ дорівнює:

a) 0°; b) $\pi/4$; c) $\pi/2$; d) $\pi/3$.

27 Відстань від точки $M\left(x_0\,;\,y_0\right)$ до прямої $Ax + By + C = 0$ визначається за формулою :

a) $d = \left|Ax_0 + By_0 + C\right|$; b) $d = \dfrac{\left|Ax_0 + By_0 + C\right|}{A^2 + B^2}$;

c) $d = \sqrt{A^2 + B^2} \cdot \left|Ax_0 + By_0 + C\right|$; d) $d = \dfrac{\left|Ax_0 + By_0 + C\right|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

3.2 Криві другого порядку

1 Геометричне місце точок, рівновіддалених від однієї точки, є:

a) коло; b) еліпс ; c) гіпербола ; d) парабола .

2 Які з перерахованих рівнянь визначають коло:

a) $3X^2 + 4Y^2 = 12$; b) $3X^2 - 4Y^2 = 12$; c) $X^2 + Y^2 - 9 = 0$; d) $2X^2 = 4Y + 2$.

3 Задане рівняння кола $(X-1)^2 + (Y+3)^2 = 16$. Його радіус і координати центра дорівнюють:

a) R = 16, C (1; -3); b) R = 4, C (1; -3);

c) R = 4, C (-1 ; 3); d) R = 4, C(0 ; 0).

4 Геометричне місце точок, сума відстаней яких до двох заданих точок є сталою величиною, називається :

a) коло; b) еліпс; c) гіпербола; d) парабола.

5 Рівняння еліпса з півосями $a = 3$; $b = 2$ має вигляд:

a) $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$; b) $\dfrac{x^2}{3} + \dfrac{y^2}{2} = 1$; c) $3x^2 + 2y^2 = 1$; d) $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$.

6 Півосі еліпса $X^2 + 4Y^2 = 16$ дорівнюють:

a) 1 і 4; b) 16 і 4 ; c) 4 і 2 ; d) 1 і 16.

7 Велика вісь еліпса $5x^2 + 16y^2 = 80$ дорівнює:

a) 5 ; b) 4 ; c) 8 ; d) $2\sqrt{5}$.

8 Мала вісь еліпса $4x^2 + 9y^2 = 36$ дорівнює:

a) 9 ; b) 2 ; c) 6 ; d) 4.

9 Півосі еліпса $a = 2$, $b = 3$, тоді міжфокусна відстань дорівнює:

a) $2C = 10$; b) $2C = 2\sqrt{5}$; c) $2C = 2$; d) $2C = \sqrt{5}$.

10 Координати вершин еліпса $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ дорівнюють:

a) $A_1(-3;0),\ A_2(3;0),\ B_1(-2;0),\ B_2(2;0)$; b) $A_1(-3;0),\ A_2(3;0),\ B_1(0;-2),\ B_2(0;2)$;
c) $A_1(0;-3),\ A_2(0;3),\ B_1(0;-2),\ B_2(0;2)$; d) $A_1(0;-9),\ A_2(0;9),\ B_1(4;0),\ B_2(-4;0)$.

11 Які з перерахованих рівнянь: 1) $3x^2 + 4y^2 = 12$, 2) $x^2 - y^2 = 1$, 3) $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{5}=1$, 4) $2x^2 - y^2 = 2$, 5) $x^2 + y^2 = 4$ визначають гіперболу?

a) 1 і 3 ; b) 2 і 4 ; c) 1 і 5 ; d) 3 і 5 .

12 Осі гіперболи $9X^2 - 16Y^2 = 144$ дорівнюють :

a) 8 і 6 ; b) 9 і 16 ; c) 8 і 3 ; d) 4 і 3 .

13 Дійсна вісь гіперболи $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ дорівнює:

a) 9; b) 4; c) 6; d) 3.

14 Уявна вісь гіперболи $9x^2 - 16y^2 = 144$ дорівнює:

a) 9; b) 16; c) 6; d) 8.

15 Координати фокусів гіперболи $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ дорівнюють:

a) $F_1(4;3)$, $F_2(-4;3)$; c) $F_1(0;5)$, $F_2(0;-5)$;
b) $F_1(4;3)$, $F_2(4;-3)$; d) $F_1(5;0)$, $F_2(-5;0)$.

16 Вершини гіперболи $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ знаходяться у точках :

a) (3; 0) і (- 3; 0); c) (0; - 3) і (0; 3);
b) (0; 2) і (0; - 2); d) (- 2; 0) і (2; 0).

17 Для гіперболи $\frac{X^2}{25}-\frac{Y^2}{16}=1$ рівняння асимптот мають вигляд :

a) $y=\pm\frac{4}{5}x$; b) $y=\pm\frac{5}{4}x$; c) $y=\pm\frac{25}{16}x$; d) $y=\pm\frac{16}{25}x$.

18 Геометричне місце точок, рівновіддалених від точки (фокуса) і прямої (директриси), є:

a) коло; b) еліпс; c) гіпербола; d) парабола.

19 Координати фокуса F параболи $Y^2 = 4X$ дорівнюють :

a) (-1; 0); b) (1; 0); c) (2; 0); d) (4 ; 0).

20 Рівняння директриси параболи $y^2 = 4x$ має вигляд :

a) x = 1; b) x = - 1; c) x = 2; d) x = - 2.

4 Аналітична геометрія у просторі

1. Яким з перерахованих площин :

1) $3x - y + 2z - 4 = 0$, 2) $2x - 5y + z - 5 = 0$, 3) $x + 3y + z + 1 = 0$,
4) $x + 3y + z + 5 = 0$, 5) $5x + y - z - 2 = 0$

належить точка M (0 ; -2 ; 1) *:*

a) 1 і 5; b) 1 і 4; c) 2 і 3; d) 2 і 5.

2. Серед перерахованих площин:

1) $3x - z + 2 = 0$, 4) $z - x = 0$,

2) $3x + 2z = 0$, 5) $x - 2y = 0$,

3) $x - 3y + z = 0$, 6) $z + 3y + 1 = 0$

через вісь OY проходять :

a) 1, 2 і 3; b) 3 і 5; c) 2 і 4; d) 1 і 6.

3 Яка з перерахованих площин:

1) $X + 3Z - 2 = 0$, 4) $2Y + 3Z - 1 = 0$,

2) $2X + Y + 1 = 0$, 5) $5X - 3Y = 0$,

3) $- X + 4Y = 0$, 6) $3Y - 4Z = 0$

проходить через вісь OZ :

a) 1 і 4; b) 2, 3 і 5; c) 4 і 6; d) 3 і 5.

4 Які з перерахованих площин :

1) $3X - Y + 2Z - 1 = 0$, 4) $3Y - Z + 1 = 0$,

2) $Y - 4Z + 2 = 0$, 5) $3X - 4Y + 1 = 0$

3) $5X + 2Y + 3 = 0$,

паралельні осі OX :

a) 1, 3 і 5; b) 1, 2 і 3; c) 3 і 5; d) 2 і 4.

5 Яка з перерахованих площин :

1) $3x - y + 2 = 0$, 4) $z - y + 3 = 0$,

2) $x + y - 3z = 0$, 5) $2x - z + 1 = 0$

3) $2x + 5z = 0$,

проходить через початок координат :

a) 1, 4 і 5; b) 3 і 4; c) 2 і 3; d) 2 і 4.

6 Площина $3X + 2Z - 1 = 0$ проходить :

a) через вісь OY; c) через початок координат;

b) паралельно площини XOZ; d) паралельно осі OY.

7 Рівняння площини, що проходить через точку M (2; 3; 5) паралельно площині XOY має вигляд :

a) $x = 2$; b) $y = 3$; c) $z = 5$; d) $2x + 3y + 5z = 0$.

8 Рівняння площини, що проходить через точку M (- 3; 2; 4), паралельно площині YOZ має вигляд :

a) $X = 3$; b) $X = - 3$; c) $Y = 2$; d) $Z = 4$.

9 Нормальний вектор площини $3Z = 2X + 4Y - 5$ має координати :

a) (3; 2; 4); b) (2; 4; 3); c) (-3; 2; 4); d) (2; 4; -3).

10 Довжина нормального вектора площини $- X + 3Y + 2Z - 1 =0$ дорівнює:

a) 14; b) $\sqrt{14}$; c) 12 ; d) $\sqrt{12}$.

11 Рівняння площини, що проходить через точку $(x_0\,;y_0\,;z_0)$ перпендикулярно до вектора $\vec{a}$ (- 4; 1; 3) має вигляд :

a) $-4(x+x_0)+(y+y_0)+3(z+z_0)=0$; b) $-4(x-x_0)+(y-y_0)+3(z-z_0)=0$;

c) $\dfrac{x-x_0}{-4}=\dfrac{y-y_0}{1}=\dfrac{z-z_0}{3}$; d) $4(x-x_0)=-(y-y_0)=-3(z-z_0)$.

12 Дві площини *AX + 3Y + Z - 1 = 0 і 2X + Y + 5Z + 3 = 0*
перпендикулярні при А,яке дорівнює:

a) $A = 2$; b) $A = 4$; c) $A = -2$; d) $A = -4$.

13 Напрямний вектор $\vec{s}$ прямої $\frac{X-1}{2}=\frac{Y-3}{-2}=\frac{Z+4}{3}$ має координати :

a) (1; 3; -4); b) (2; -2; 3); c) (1; 3; 4); d) $(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{4}{3})$.

14 Рівняння прямої, що проходить через точку А (- 2; 1; - 3) паралельно вектору $\vec{a}\,(2; 0; -3)$, має вигляд :

a) $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{0}=\frac{z-3}{-3}$; b) $2(x+2)-3(y+3)=0$;

c) $\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{0}=\frac{z+3}{-3}$; d) $2(x-2)-3(y-3)=0$.

15 Дві прямі $\frac{x-x_1}{m_1}=\frac{y-y_1}{n_1}=\frac{z-z_1}{p_1}$ *і* $\frac{x-x_2}{m_2}=\frac{y-y_2}{n_2}=\frac{z-z_2}{p_2}$ паралельні, якщо *:*

a) $m_1m_2 = n_1n_2 = p_1p_2$; *b*) $\frac{m_1}{m_2}+\frac{n_1}{n_2}+\frac{p_1}{p_2}=0$;

c) $m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 = 0$; *d*) $\frac{m_1}{m_2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{p_1}{p_2}$.

16 Умова перпендикулярності двох прямих $\frac{x-x_1}{m_1}=\frac{y-y_1}{n_1}=\frac{z-z_1}{p_1}$ і $\frac{x-x_2}{m_2}=\frac{y-y_2}{n_2}=\frac{z-z_2}{p_2}$ має вигляд :

a) $\frac{m_1}{m_2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{p_1}{p_2}$; b) $m_1m_2 = n_1n_2 = p_1p_2$;

c) $m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 \neq 0$; d) $m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 = 0$.

17 Пряма $\frac{X-1}{2}=\frac{Y+3}{n}=\frac{Z}{-1}$ та площина *AX + 3Y – 3Z + 5 = 0*
перпендикулярні при

a) n = 1, A = -3; b) n = 1, A = 6; c) n = 3, A = 2; d) n = 2, A = 3.

18 Пряма $\frac{X+1}{2}=\frac{Y}{-3}=\frac{Z+3}{1}$ та площина *AX + 2Y + 2Z – 5 = 0* паралельні
при А, рівному :

a) A = -3; b) A = -1; c) A = 2; d) A = 1.

5 **Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї змінної**

1. Задана функція $f(x)=\frac{x^3-1}{x+1}-2$. Обчислити f (0).

a) 3; b) -3; c) 0; d) 4.

2. Визначити, які з наведених функцій є парними:

a) $f(x)=x^3-x$; b) $f(x)=x^3-3x^2$; c) $f(x)=x^2-4/x^4$; d) $f(x)=\frac{5}{x-3}$.

3. Знайти область визначення функції $y=\frac{x}{\sqrt{3-x}}$.

a) (3; ∞); b) [3; ∞); c) (-3; ∞); d) (-∞; 3].

4. Якщо C – стала, то $\lim\limits_{x\to x_0} C=$

a) 1 ; b) C ; c) 0 ; d) ∞ .

5. Якщо границі функцій $f(x)$ і $g(x)$ існують при $x\to x_0$, то $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]=$

a) 0 ; b) $\frac{\lim\limits_{x\to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x\to x_0} g(x)}$; c) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)+\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$; d) $g(x)\lim\limits_{x\to x_0} f(x)+f(x)\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$.

6. Якщо границі функцій $f(x)$ і $g(x)$ існують при $x\to x_0$, то $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x)=$

a) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\cdot\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$; b) 1 ; c) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$; d) $g(x)\lim\limits_{x\to x_0} f(x)+f(x)\lim\limits_{x\to x_0} g(x)$.

7. Якщо границя $f(x)$ існує при $x\to x_0$ і C – стала, то $\lim\limits_{x\to x_0} Cf(x)=$

a) C ; b) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$; c) 0 ; d) $C\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$.

8. Функція $y=\frac{x}{x+2}$ в точці $x = 2$

a) має усувний розрив I роду; c) має неусувний розрив I роду;
b) має розрив II роду; d) є неперервною.

9. Серед наведених функцій:

1. $y=\frac{2x}{x+3}$, 2. $y=\frac{3}{2x-6}$, 3 $y=x^2-2x+3$, 4. $y=e^{x-3}$, 5. $y=e^{\frac{1}{3-x}}$

неперервними в точці $x = 3$ є:

a) 1; 2; 5; b) 1;2;3; c) 1;3;4; d) 1; 3;5.

10. Які з пар функцій $f(x)$ і $g(x)$ є еквівалентні нескінченно малим при $x\to 0$?

a) $f(x)=x$, $g(x)=\cos x$ b) $f(x)=x$, $g(x)=\sin x$ c) $f(x)=x+2$, $g(x)=\sin x$ d) $f(x)=x$, $g(x)=e^x$.

11. Похідною функції $y = f(x)$ в точці x називається

a) $y'=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$; b) $y'=\frac{\Delta y}{\Delta x}$; c) $y'=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{y}{\Delta x}$;

d) $y'=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ (якщо існує скінченна границя).

12. Якщо функції $u(x)$ і $v(x)$ – диференційовані в точці x, тоді похідна їх добутку обчислюється за формулою:

a) $(uv)' = u'v'$; c) $(uv)' = u'v' + uv$;

b) $(uv)' = u'v + uv'$; d) $(uv)' = u'v - uv'$.

13. Кутовий коефіцієнт дотичної до графіку функції $y = \sin 5x$ в точці x=0 дорівнює:

a) 1; Б) $5\sin 5x$; c) 5; d) 0.

14. Обчислити $f'(x)$, якщо $f(x) = e^{2x} + 2x^3 + 3x - 7$

a) $2x$ +3; Б) $e^{2x} + 6x + 3$; c) $2e^{2x} + 6x^2 + 3$; d) 2.

15. обчислити $(f(x) \cdot g(x))'$, якщо $f(x) = x, \quad g(x) = x^2$.

a) $2x$; Б) $3x$; c) $3x^2$; d) 1.

16. Обчислити диференціал функції $y = 5x^3 + 2$.

a) $15x$; Б) $15x^2$; c) $15x^2dx$; d) 0.

17. Обчислити найменше значення функції $y = x^4 - 1$ на відрізку[-1; 1].

a) 0; Б) 1; c) –1; d) –2.

18. Для функції $y = 7x^4 - 3$ точка $x = 0$ є:

a) точкою максимуму; c) точкою мінімуму;

b) точкою розриву; d) критичною, але не екстремальною.

19. Функція $y = 5^{3x+1} + 4x - 1$ для всіх дійсних чисел є:

a) сталою; c) зростаючою;

b) спадною; d) не зростаючою.

20. Для функції $y = 7x^5 + 4$ точка $x = 0$ є:

a) точкою перегину; c) точкою мінімуму;

b) точкою розриву; d) точкою максимуму.

21. Для якої з заданих функцій пряма x = 2 є вертикальною асимптотою?

a) $y = x^3 + 4$; b) $y = e^{5x} + 3$; c) $y = \dfrac{3}{2 - x}$; d) $y = \ln(1 - x)$.

6 Інтегральне числення функцій однієї змінної

1. Невизначеним інтегралом $\int f(x)dx$ називається

a) похідна від підінтегральної функції $f(x)$: $\int f(x)dx = f'(x)$.

b) сукупність усіх первісних для підінтегральної функції $f(x)$: $\int f(x)dx = F(x) + C$, де $F(x)$ – одна з первісних, C – довільна стала.

c) сукупність усіх функцій, що визначаються виразом $\int f(x)dx = f(x) + C$, де C – довільна стала.

d) диференціал первісної $F(x)$: $\int f(x)dx = dF(x)$.

2. Чому дорівнює інтеграл $\int \sqrt[5]{x^4}dx$?

a) $x^{\frac{4}{5}}$, b) $\frac{4x^5}{5}+C$, c) $\frac{5x^{\frac{9}{5}}}{9}$, d) $\frac{5x^{\frac{9}{5}}}{9}+C$.

3. Чому дорівнює інтеграл $\int \frac{dx}{x-3}$?

a) $\frac{(x-3)^{-1}}{-1}+C$, b) $\ln|x|+C$, c) $\ln|x-3|+C$, d) $\ln(x-3)+C$.

4. Яка формула для обчислення довжини дуги лінії *y = f(x)*, де $a \le x \le b$?

a) $\int_b^a \sqrt{1+f'(x)}dx$, b) $\int_b^a \sqrt{1-f'^2(x)}dx$, c) $\int_b^a f(x)dx$, d) $\int_b^a \sqrt{1+f'^2(x)}dx$.

5 . Яка формула інтегрування частинами у невизначеному інтегралі?

a) $\int uvdx = \int udx + \int vdx$. b) $\int uvdx = \int udx \cdot \int vdx$.

c) $\int udv = uv + \int vdu$. d) $\int udv = uv - \int vdu$.

6. Чому дорівнює інтеграл $\int ctgxdx$?

a) $\ln|\sin x|+C$, b) $tgx+C$, c) $-tgx+C$, d) $-\ln|\sin x|+C$.

7. Чому дорівнює інтеграл $\int \frac{dx}{x^2+4}$?

a) $\ln(x^2+4)+C$, b) $\frac{1}{2}arctg\frac{x}{2}+C$, c) $arctg(2x)+C$, d) $arctgx+C$.

8. За якою формулою обчислюється площа фігури, обмеженої лініями $y = y_1(x),\ y = y_2(x),\ x = a,\ x = b\ (a < b)$?

a) $\int_a^b (y_2(x)-y_1(x))dx$, b) $\int (y_1(x)-y_2(x))dx$,

c) $\int_a^b \frac{y_2(x)}{y_1(x)}dx$, d) $\int_a^b |\ y_2(x)-y_1(x)\ |dx$.

9. Який із раціональних дробів є правильним?

a) $\frac{3x+1}{5x-1}$, b) $\frac{x}{4x^2-x+1}$, c) $\frac{4x^5+1}{3x^4-1}$, d) $\frac{x^2+1}{x^2-1}$.

10. Чому дорівнює інтеграл $\int \cos 3xdx$?

a) $\frac{1}{3}\sin 3x+C$, b) $-3\sin 3x+C$, c) $\frac{\cos 4x}{4}+C$, d) $\sin 3x+C$.

11. Чому дорівнює інтеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$?

a) $2\sqrt{4-x^2}+C$, b) $\ln\sqrt{4-x^2}+C$, c) $\arcsin\frac{x}{2}+C$, d) $\mathrm{arc}\,tg\frac{x}{2}+C$.

12. За якою формулою обчислюється площа криволінійної трапеції, якщо крива задана в параметричній формі?

a) $\int_{t_1}^{t_2} y(t)x'(t)dt$, b) $\int_{t_1}^{t_2} x(t)\cdot y(t)dt$, c) $\int_{t_1}^{t_2}(y(t)+x(t))dt$, d) $\int_{t_1}^{t_2}(y(t)-x(t))dt$.

13. За якою формулою обчислюється об'єм тіла, якщо відомі площі *S(x)* рівнобіжних перетинів цього тіла, що перпендикулярні до осі *Ox*, $a \le x \le b$?

a) $\pi\int_a^b S^2(x)dx$, b) $\int_a^b S(x)dx$, c) $\int_a^b \frac{dx}{S(x)}$, d) $\pi\int_a^b S(x)dx$.

14. Чому дорівнює інтеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 x}$?

a) $-ctgx+C$, b) $ctgx+C$, c) $\frac{\sin^{-1}x}{-1}+C$, d) $tgx+C$.

15. У чому полягає геометричний зміст визначеного інтеграла $\int_a^b f(x)dx$?

a) $\int_a^b f(x)dx = S$ дорівнює площі криволінійної трапеції, що обмежена лініями: $y=0,\ x=a,\ x=b,\ y=f(x)$ в декартовій системі координат Oxy.

b) $\int_a^b f(x)dx = S$ дорівнює площі криволінійної трапеції, що обмежена лініями: $y=1,\ x=a,\ x=b,\ y=f(x)$ в декартовій системі координат Oxy.

c) $\int_a^b f(x)dx = S$ дорівнює площі криволінійної трапеції, що обмежена лініями: $y=0,\ x=0,\ x=b,\ y=f(x)$ в декартовій системі координат Oxy.

d) $\int_a^b f(x)dx = S$ дорівнює площі криволінійного сектора, обмеженого лініями: $\varphi=a,\ \varphi=b,\ \rho=f(\varphi)$ в полярній системі координат.

16. В чому полягає зв'язок між невизначеним інтегралом $\int f(x)dx$ і інтегралом зі змінною верхньою межею $\int_a^x f(t)dt$?

a) $\int f(x)dx = \int_a^b f(t)dt + C$, де C – довільна стала.

b) $\int f(x)dx = \int_a^x f(t)dt$.

c) $\int f(x)dx = \int_a^a f(t)dt + C$, де C – довільна стала.

d) $\int f(x)dx = \int_a^x f(t)dt + C$, де C – довільна стала.

17. Чому дорівнює $\int_a^b [\alpha\, f(x) + \beta\, g(x)]dx$, де α, β – довільні сталі?

a) $\int_a^b [\alpha\, f(x) + \beta\, g(x)]dx = \alpha \int_a^b g(x)dx + \beta \int_a^b f(x)dx$.

b) $\int_a^b [\alpha\, f(x) + \beta\, g(x)]dx = \alpha \int_a^b f(x)dx + \beta \int_a^b g(x)dx$.

c) $\int_a^b [\alpha\, f(x) + \beta\, g(x)]dx = \alpha \int_a^b f(x)dx + \alpha \int_a^b g(x)dx$.

d) $\int_a^b [\alpha\, f(x) + \beta\, g(x)]dx = \beta \int_a^b f(x)dx + \beta \int_a^b g(x)dx$.

18. Як виглядає формула Ньютона–Лейбніца, що виражає зв'язок між визначеним інтегралом $\int_a^b f(x)dx$ і відповідним невизначеним інтегралом $\int f(x)dx = F(x) + C$?

a) $\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(a) - F(b)$.

b) $\int_a^b f(x)\,dx = f(x)\Big|_a^b = f(b) - f(a)$.

c) $\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(x) - F(b) - F(a)$.

d) $\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

19. Як виглядає одна з форм заміни змінної у визначеному інтегралі?

a) $\int_a^b f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx = \begin{vmatrix} u = \varphi(x);\ du = \varphi'(x)dx \\ u_1 = \varphi(a);\ u_2 = \varphi(b) \end{vmatrix} = \int_{u_1}^{u_2} f(u)du$.

b) $\int_a^b f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx = \begin{vmatrix} u = \varphi(x);\ du = \varphi'(x)dx \\ u_1 = a;\ u_2 = b \end{vmatrix} = \int_a^b f(u)du$.

c) $\int_a^b f[\varphi(x)]dx = \begin{vmatrix} u = \varphi(x);\ du = \varphi'(x)dx \\ u_1 = a;\ u_2 = b \end{vmatrix} = \int_a^b f(u)du$.

d) $\int_a^b f[\varphi(x)]dx = \begin{vmatrix} u = \varphi(x);\ du = \varphi'(x)dx \\ u_1 = \varphi(a);\ u_2 = \varphi(b) \end{vmatrix} = \int_{u_1}^{u_2} f(u)du$.

20. Як виглядає формула інтегрування частинами у визначеному інтегралі?

a) $\int\limits_a^b u\,dv = u\Big|_a^b + v\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du$. b) $\int\limits_a^b u\,dv = uv\Big|_a^b + \int\limits_a^b v\,du$.

c) $\int\limits_a^b u\,dv = uv\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du$. d) $\int\limits_a^b u\,dv = v\Big|_a^b - u\int\limits_a^b v\,du$.

7 **Диференціальні рівняння**

1. Яке рівняння називають диференціальнім рівнянням 1-го порядку?

a) $F(x, y) = 0$; b) $F(x, y, y') = 0$; c) $y = f(x)$; d) $y'' = f(x, y, y')$.

2. До якого типу диференціального рівняння 1-го порядку належить рівняння $8xy' - y = -\dfrac{1}{y^3\sqrt{x}}$?

a) з відокремлюваними змінними;
b) однорідне відносно змінних *x* та *y;*
c) лінійне;
d) рівняння Бернуллі.

3Якщо характеристичне рівняння має дійсні і рівні корені, то загальний розв'язок лінійного однорідного рівняння має вигляд:

a) $y = C_1e^{kx} + C_2xe^{kx}$;
b) $y = C_1e^{kx} + C_2e^{kx}$;
c) $y = e^{kx}(C_1\cos x + C_2\sin x)$;
d) $y = C_1e^{kx} + C_2xe^{-kx}$.

4. Який вигляд має загальний розв'язок рівняння $5y'' + 6y' + y = 0$?

a) $y = C_1e^{2x} + C_2e^{3x}$; b) $y = C_1e^{-\frac{1}{5}x} + C_2e^{-x}$;

c) $y = C_1e^{-\frac{8}{5}x} + C_2e^{-\frac{4}{5}x}$; d) $y = C_1e^{-\frac{4}{5}x} + C_2e^{\frac{8}{5}x}$.

5. До якого типу диференціального рівняння 1-го порядку належить рівняння $xyy' = 1 - x^2$?

a) з відокремлюваними змінними;
b) однорідне відносно змінних *x* та *y;*
c) лінійне;
d) рівняння Бернуллі.

6. Який вигляд має загальний інтеграл рівняння $y' = y \cdot tgx$?

a) $y = C\sec x$; b) $y = \dfrac{C}{\sin x}$; c) $y = -\dfrac{C}{\cos x}$; d) $y = C\sin x$.

7. Який вигляд має загальний розв'язок рівняння $y'' - 5y' + 6y = 0$?

a) $y = C_1e^{2x} + C_2e^{3x}$; b) $y = C_1e^{2x} + C_2xe^{3x}$;

c) $y = C_1e^{-2x} + C_2e^{5x}$; d) $y = C_1e^{-x} + C_2e^{6x}$.

8. Що являє собою загальний розв'язок диференціального рівняння 1-го порядку?

a) функція $y=\varphi(x,C)$, яка залежить від x та довільної сталої C та задовольняє умовам:

1) $y=\varphi(x,C)$ – розв'язок диференціального рівняння, $\forall C$;

2) якою б не була умова $y(x_0)=y_0$, можна знайти значення $C=C_0$, таке що $y=\varphi(x,C_0)$ задовольняє цій умові;

b) функція $\Phi(x,y,C)=0$;

c) функція $\Phi(x,y,C_0)=0$;

d) функція $y=\varphi(x,C)$, яка є розв'язком диференціального рівняння при будь-якому конкретному значенні сталої C.

9. До якого типу диференціального рівняння 1-го порядку належить рівняння $xy'+y=y^4\ln x$?

a) з відокремлюваними змінними;

b) однорідне відносно змінних x та y;

c) лінійне;

d) рівняння Бернуллі.

10. Який вигляд має загальний інтеграл рівняння $y'=\dfrac{x}{y}$?

a) $y^2+x^2=C$; b) $-y^2-x^2=C$;

c) $y^2-x^2=C$; d) $y^2=x^2$.

11. Функція $f(x)$ не називається функцією спеціального вигляду, якщо вона має вигляд:

a) $f(x)=e^{ax}\left[P_n(x)\cos bx+Q_m(x)\sin bx\right]$; b) $f(x)=e^{x}\left[x\cos bx+x\sin bx\right]$;

c) $f(x)=e^{ax}\left[P_n(x)\cos^2 x+Q_m(x)\sin^2 x\right]$; d) $f(x)=(C_1+C_2x)e^{kx}$.

12. Загальний розв'язок рівняння $y''=\sin\dfrac{x}{5}+\cos 5x$ має вигляд:

a) $y=25\sin\dfrac{x}{5}+25\cos 5x+C_1x+C_2$;

b) $y=-25\sin\dfrac{x}{5}-\dfrac{1}{25}\cos 5x+C_1x+C_2$;

c) $y=25\sin\dfrac{x}{5}+\dfrac{1}{25}\cos 5x+C_1x+C_2$;

d) $y=-\dfrac{1}{25}\sin\dfrac{x}{5}-25\cos 5x+C_1x+C_2$.

13. Який вигляд має загальний інтеграл рівняння $y^2y'+x^2=1$?

a) $y^3+x^3-3x=C$; b) $y=\sqrt[3]{3x-x^3}$;

c) $y^3-x^3-3x=C$; d) $\dfrac{y^3}{3}+x^3-3x=C$.

7 **Ряди**

1. Якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ збіжний, то

a) $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$; b) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$; c) $\lim_{n\to\infty} a_n$ не існує; d) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} > 1$.

2. Числовий ряд збігається, якщо:

a) існує скінченна границя послідовності частинних сум ряду;
b) послідовність частинних сум ряду обмежена;
c) послідовність членів ряду монотонно спадна;
d) послідовність членів ряду прямує до нуля.

3. Степеневим рядом загального вигляду називається ряд виду:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$; b) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$; c) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n n^{x - x_0}$; d) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x^n - x_0)$.

4. Радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ може бути знайдений за формулою:

a) $R = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$; b) $R = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$; c) $R = \lim_{n\to\infty} |a_n|$; d) $R = \lim_{n\to\infty} \sqrt{a_n}$.

5. Радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ може бути знайдений за формулою:

a) $R = \lim_{n\to\infty} |a_n|$; b) $R = \lim_{n\to\infty} \sqrt{a_n}$; c) $R = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$; d) $R = \frac{1}{\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}}$.

6. Розкладання функції *f(x)* в ряд Тейлора має вигляд:

a) $f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + f''(a)(x-a)^2 + \dots + f^{(n)}(a)(x-a)^n + \dots$;

b) $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \dots$;

c) $f(x) = f(a) + \frac{x-a}{1!} + \frac{(x-a)^2}{2!} + \dots + \frac{(x-a)^n}{n!} + \dots$;

d) $f(x) = f(a) + 1!\, f'(a)(x-a) + 2!\, f''(a)(x-a)^2 + \dots + n!\, f^{(n)}(a)(x-a)^n + \dots$.

7. Розкладання функції *f(x)* в ряд Маклорена має вигляд:

a) $f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$;

b) $f(x) = f(0) + 1!\, f'(0)x + 2!\, f''(0)x^2 + \dots + n!\, f^{(n)}(0)x^n + \dots$;

c) $f(x) = f(0) + f'(0)x + f''(0)x^2 + \dots + f^{(n)}(0)x^n + \dots$;

d) $f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots$.

8. Яка функція є сумою ряду $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\cdots+\frac{x^n}{n!}+\cdots$?

a) e^x; b) $\sin x$; c) chx; d) $\ln(1+x)$.

9. Яка функція є сумою ряду $x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\cdots+(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\cdots$?

a) $\cos x$; b) $\arcsin x$; c) $\sin x$; d) shx.

10. Яка функція є сумою ряду $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\cdots(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}+\cdots$?

a) $\ln(1+x)$; b) $\sin x$; c) e^x; d) $\cos x$.

11. Яка функція є сумою ряду $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\cdots+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}+\cdots$?

a) $\ln(1+x)$; b) $\arcsin x$; c) $\sin x$; d) e^x.

12. Коефіцієнти ряду Фур'є $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos nx+b_n\sin nx$ обчислюються за формулами:

a) $a_0=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx,\ a_n=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nxdx,\ b_n=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nxdx;$

b) $a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx,\ a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nxdx,\ b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nxdx;$;

c) $a_0=\frac{2}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx,\ a_n=\frac{2}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nxdx,\ b_n=\frac{2}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nxdx;$;

d) $a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx,\ a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nxdx,\ b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nxdx;$.

13. Коефіцієнти ряду Фур'є $2l$– періодичної функції $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos\frac{n\pi x}{l}+b_n\sin\frac{n\pi x}{l}$ обчислюються за формулами:

a) $a_0=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)dx,\ a_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\cos\frac{n\pi x}{l}dx,\ b_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx;$

b) $a_0=\frac{1}{2l}\int_{-l}^{l}f(x)dx,\ a_n=\frac{1}{2l}\int_{-l}^{l}f(x)\cos\frac{n\pi x}{l}dx,\ b_n=\frac{1}{2l}\int_{-l}^{l}f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx;$

c) $a_0=\frac{2}{l}\int_{-l}^{l}f(x)dx,\ a_n=\frac{2}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\cos\frac{n\pi x}{l}dx,\ b_n=\frac{2}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx;$

d) $a_0=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)dx,\ a_n=\frac{1}{l}\int_{*l}^{l}f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx,\ b_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\cos\frac{n\pi x}{l}dx.$

Бібліографічний список

1. Овчинников П.П., Яремчук Ф.П., Михайленко В.М. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення. - К., 2004.
2. Овчинников П.П., Яремчук Ф.П., Михайленко В.М. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 2: Диференціальні рівняння. Операційне числення. Ряди та їх застосування. Стійкість за Ляпуновим. Рівняння математичної фізики. Оптимізація і керування. Теорія ймовірностей. Числові методи. - К., 2003.
3. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. - М.: Наука, 1975.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Учеб.: в 2-х т. Т.1 - М., 1978.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Учеб.: в 2-х т. Т.2 - М., 1978.
6. Щипачёв В.С. Курс высшей математики – Изд. МГУ, 1981.
7. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. – М.: Наука, 1972.
8. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М: Наука, 1985.
9. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1986.
10. Данко П.Е., Попов А.Г. Высшая математика в упражнениях и задачах – Т.3. – М.: Высш. шк., 1978.

ЗМІСТ

Вступ…………………………………………………..…………............. 3
Програма навчальної дисципліни……………………................................... 3

Перелік тестових завдань
1 Лінійна алгебра………………………..……………………………………. 4

2 Векторна алгебра……………………………………………………………… 6
3 Аналітична геометрія на площині
3.1 Пряма на площині……………………………………………………… 9
3.2 Криві другого порядку…………………………………………………. 11

4 Аналітична геометрія у просторі…………………………………………….. 12
5 Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї змінної……………………………………………………………………. 13
6 Інтегральне числення функцій однієї змінної………………………………. 16
7 Диференціальні рівняння……………………………………………………. 20
8 Ряди……………………………………………………………………………. 22
Бібліографічний список ..…………………………………………………... 24

Навчальне видання

Методичні вказівки до індивідуальної роботи з дисципліни «Вища математика» для студентів спеціальностей 071 «Облік і оподаткування», 072 «Фінанси, банківська справа та страхування», 075 «Маркетинг».

Укладач: Лисянська Ганна Володимирівна

Відповідальний за випуск О.О. Аршава

Редактор Л.І Христенко

План 2019 р., поз.195	Формат 60×84 1/16	Папір друк. №2.
Підп. до друку 20.11.18	Обл. -вид. арк. 1,4	Безкоштовно.
Надруковано на ризографі.	Ум. друк. арк. 1,2	
Тираж 50 прим.	Зам. № 5465	

ХНУБА, 61002, Харків, вул. Сумська, 40

Підготовлено та надруковано РВВ Харківського національного університету будівництва та архітектури