Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до індивідуальної роботи
з дисципліни «Вища та прикладна математика»
для студентів спеціальностей
281 «Публічне управління та адміністрування»,
073 «Менеджмент»

Харків 2018

Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

Спеціальності: 281, 073

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до індивідуальної роботи
з дисципліни «Вища та прикладна математика»
для студентів спеціальностей
281 «Публічне управління та адміністрування»,
073 «Менеджмент»

Затверджено
на засіданні кафедри
вищої математики
протокол № 3 від 19.11.2018

Харків 2018

Методичні вказівки до індивідуальної роботи з дисципліни «Вища та прикладна математика» для студентів спеціальностей 281 «Публічне управління та адміністрування», 073 «Менеджмент» / Укладач Л.І. Щелкунова – Харків: ХНУБА, 2018. - 22 с.

Рецензент О.О.Аршава

Кафедра вищої математики

ВСТУП

Пропоновані методичні вказівки призначені для студентів спеціальностей 281 «Публічне управління та адміністрування», 073 «Менеджмент» з метою надання допомоги студентам в організації індивідуальної роботи під час вивчення теоретичного матеріалу і опанування практичними навичками розв'язання задач з дисципліни «Вища та прикладна математика».

Результативність індивідуальної роботи забезпечується системою контролю, яка включає наступні етапи:

- виконання індивідуальних домашніх завдань;
- виконання контрольних робіт;
- виконання та складання підсумкового завдання з теми;
- виконання модульної контрольної роботи за всіма темами модуля.

Методичні вказівки містять робочу програму модулів і перелік тестових завдань для підготовки до складання модульного контролю.

Програма модуля I

Лінійна та векторна алгебра. Аналітична геометрія. Диференціальне та інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Ряди

Тема 1. Визначники та їх властивості. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Правило Крамера. Матриці та дії над ними. Обернена матриця. Матричний запис системи рівнянь. Поняття вектора. Лінійні операції над векторами. Скалярний, векторний та мішаний добуток векторів.

Тема 2. Системи координат на площині. Рівняння лінії на площині. Пряма на площині, її рівняння. Криві другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола. Пряма і площина у просторі.

Тема 3. Функція та її властивості. Границя функції. Основні теореми про границі. Важливі границі. Неперервність функції. Точки розриву функції.

Тема 4. Похідна функції. Правила диференціювання. Таблиця похідних. Теореми Ролля, Лагранжа, Коші, правило Лопіталя .

Тема 5. Знаходження екстремуму функції. Опуклість, угнутість кривої, точки перегину. Асимптоти графіка функції. Загальна схема дослідження функцій.

Тема 6. Невизначений інтеграл. Таблиця інтегралів. Безпосереднє інтегрування. Інтегрування підстановкою та частинами.

Тема 7. Визначений інтеграл та його властивості. Формула Ньютона-Лейбніця. Інтегрування заміною змінної та частинами. Обчислення площ плоских фігур, довжини дуги кривої, об'ємів тіла в прямокутних і полярних координатах.

Тема 8. Основні означення. Диференціальні рівняння 1-го порядку. Задача Коші. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Лінійні та однорідні диференціальні рівняння.

Тема 9. Диференціальні рівняння 2-го порядку. Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Загальний та частинний розв'язки. Елементи теорії лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь. Структура загального розв'язку і методи розв'язання

Тема 10. Числові ряди, основні означення. Знакододатні та знакозмінні ряди і ознаки їх збіжності. Функціональні ряди. Степеневі ряди, структура області збіжності. Ряди Тейлора і Маклорена.

Перелік тестових завдань з розділів

«Лінійна та векторна алгебра», «Аналітична геометрія»

1.1 Значення визначника $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ дорівнює:

А) 3; Б) 5; В) 0; Г) 10.

1.2 Визначник матриці $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ дорівнює :

А) - 13 Б) 13 В) - 1 Г) 1

1.3 Для якої матриці завжди існує обернена до неї?

А) прямокутної; Б) довільної;

В) довільної квадратної; Г) квадратної не виродженої.

1.4 Сумісна система лінійних алгебраїчних рівнянь має нескінчену кількість розв'язків, якщо

А) r(A) > n; Б) r(A) = n; В) r(A) < n; Г) r(A) = 0.

1.5 Якщо r($\tilde{A}$) = r(A) і r = n, то система m рівнянь з n невідомими:

А) не має розв'язків (несумісна); Б) має єдиний розв'язок;

В) має безліч розв'язків; Г) неможливо відповісти.

1.6 Із матриць: $1.\, A_{32}$ $2.\, B_{21}$ $3.\, C_{41}$ $4.\, D_{45}$ $5.\, K_{35}$

можна перемножити :

А) 1 і 3 Б) 2 і 4 В) 4 і 5 Г) 1 і 2

1.7 Скалярний добуток векторів $\vec{a}$ (3; - 1; - 4) и $\vec{b}$ (1; - 3; 5) дорівнює :

А) - 14 Б) 0 В) $\overrightarrow{(3;\ 3;-20)}$ Г) 14

1.8 Якщо довжина вектора $\vec{a}(-2;\ y;1)$ дорівнює 2, то координата y приймає значення:

А) у = 3 Б) у = ± 2 В) у = 0 Г) у = 2

1.9 Дійсна вісь гіперболи $25x^2-4y^2=100$ дорівнює :

А) 25 Б) 4 В) 5 Г) 2

1.10 Із перерахованих прямих: 1). 3х – 2у + 5 = 0 2). 3у – 2х – 1 = 0; 3). 3х + 2у – 9 = 0 ; 4). 6х – 4у + 1 = 0 ; 5). 2х + 3у – 11 = 0 є паралельними :

А) 1 і 2 Б) 3 і 4 В) 1 і 4 Г) 2 і 5

1.11 Пряма Y = X – 4 утворює з віссю Ox кут, що дорівнює :

А) 90° Б) 45° В) 30° Г) 60°

1.12 Напрямний вектор прямої $\frac{x}{3}=\frac{y-2}{-4}=\frac{z+1}{5}$ має координати :

А) (0; - 2; 1) Б) (0; 2; - 1) В) (3; - 4; 5) Г) $\left(\frac{1}{3};\ \frac{1}{-4};\ \frac{1}{5}\right)$

1.13 Площина 4х + 6у + Cz + 7 = 0 паралельна прямій $\frac{x+3}{2}=\frac{y-4}{3}=\frac{z}{-2}$ при значенні С, що дорівнює :

А) - 13 Б) 13 В) 14 Г) - 14

1.14 Пряма, що проходить через точку М (3; – 5) і перпендикулярна осі Oy, має рівняння :

А) X = 3 Б) Y = - 5 В) X = - 5 Г) Y = 3

Перелік тестових завдань з розділу «Диференціальне числення»

2.1 Яка з наданих функцій є неявно заданою в декартовій системі координат xOy?

А) y = sin (x+2y) - 3; Б) y = 3x +2; В) r = 5 cos φ; Г) $\begin{cases} x = t+1, \\ y = 5t^2+1 \end{cases}$.

2.2 Визначить, які з наданих функцій є непарними

А) $f(x) = 3 - x^3 + x$; Б) $f(x) = x^3 - 3x + 2$;

В) $f(x) = 5 - 3x^2$; Г) $f(x) = 2 - \dfrac{5}{x-3}$

2.3 Які координати точки перетину графіка функції $f(x) = \ln(x+1)$ з віссю ординат?

А) (0;1); Б) (1; 0); В) (1;1); Г) (0;0).

2.4 Знайдіть область визначення функції $y = \dfrac{7x^2}{x-2}$.

А) [2; ∞); Б) (2; ∞); В) (-∞; 2) $\cup$(2; ∞); Г) (-∞; 2].

2.5 Обчисліть $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4-2x+7}{3+5x^4}$.

А) $\dfrac{2}{3}$; Б) ∞ ; В) $\dfrac{2}{5}$; Г) $-\dfrac{3}{5}$.

2.6 Обчисліть $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2-2x+7}{3+7x^5}$.

А) 4; Б) ∞ ; В) 0; Г) 3.

2.7 Обчисліть $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{x^2-4x+3}$.

А) 2; Б) ∞ ; В) $\dfrac{1}{2}$; Г) 0.

2.8 Обчисліть $\lim\limits_{x\to+\infty}(5^{3x-2}+2x)$.

А) 5; Б) +∞ ; В) 2; Г) 0

2.9 Функція $y = e^{\frac{1}{7-x}}$ у точці $x = 7$

А) терпить усувний розрив I роду; Б) терпить неусувний розрив I роду;

В) терпить розрив I I роду; Г) є неперервною;

2.10 З наданих функцій

1. $y = \sin 3x + 1$

2. $y = \cos 3x$

3. $y = tgx$

4. $y = e^x$

5. $y = \sin x$

еквівалентними нескінченно малими при $x \to 0$ є:

А) 1 и 3; Б) 2 и 4; В) 3 и 5; Г) 1 и 4.

2.11 Якщо $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$, то функція $y = f(x)$ у точці $x = a$ є:

А) нескінченно великою; Б) нескінченно малою;

В) обмеженою; Г) сталою.

2.12 Якщо $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$, то функція $y = f(x)$ у точці $x = a$ є:

А) нескінченно малою; Б) нескінченно великою;

В) необмеженою; Г) обов'язково неперервною.

2.13 Які з пар функцій $f(x)$ та $g(x)$ є еквівалентними нескінченно малими при $x \to 0$?

А) $\begin{matrix} f(x) = 2x \\ g(x) = \cos 2x \end{matrix}$ Б) $\begin{matrix} f(x) = x \\ g(x) = \sin x \end{matrix}$ В) $\begin{matrix} f(x) = x + 2 \\ g(x) = \sin x + 2 \end{matrix}$ Г) $\begin{matrix} f(x) = x \\ g(x) = e^x \end{matrix}$.

2.14 Будь-яка неперервна на $[a; b]$ функція $f(x)$:

А) диференційована на $[a; b]$; Г) обмежена на $[a; b]$;

Б) має корінь на $[a; b]$; Д) монотонна на $[a; b]$

2.15 Похідною функції $y = f(x)$ у точці x називається:

А) $y' = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$; В) $y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{y}{\Delta x}$;

Б) $y' = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$; Г) $y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ (якщо границя існує).

2.16 Якщо $u(x)$ та $v(x)$ - диференційовані в точці x, то похідна їх добутку обчислюється за формулою:

А) $(uv)' = u'v'$; Б) $(uv)' = u'v' + uv$;

В) $(uv)' = u'v + uv'$; Г) $(uv)' = u'v - uv'$.

2.17 Якщо $u(x)$ та $v(x)$ - диференційовані в точці x, то похідна їх частки обчислюється за формулою:

А) $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'}{v'}$; В) $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$;

Б) $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v + uv'}{v^2}$; Г) $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{uv' - u'v}{v^2}$.

2.18 Кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $y = \sin 5x$ в точці $x = 0$ дорівнює:

А) 1; Б) $5\sin 5x$; В) 5; Г) 0.

2.19 Шлях, пройдений тілом, заданий рівнянням $s(t) = 5t^2 + 1$(м).
Знайдіть швидкість тіла через 3 секунди після початку руху.

А) 5 м/с; Б) 28 м/с; В) 30 м/с; Г) 10 м/с.

2.20 Обчисліть $f'(x)$, якщо $f(x) = \ln(7x) + 2x^3 + 3x - 7$

А) $3x$ +3; Б) $\dfrac{1}{x} + 6x + 3$; В) $\dfrac{1}{x} + 6x^2 + 3$; Г) $2x$-7.

2.21 Обчисліть $(f(x) \cdot g(x))'$, якщо $f(x) = x, \quad g(x) = x^2$

А) $2x$; Б) $3x$; В) $3\,x^2$; Г) 1.

2.22 Обчисліть диференціал функції $y = 7x^2 + 5$.

А) $7x$; Б) $14x^2$; В) $14x^2 dx$; Г) 0.

2.23 Якого найбільшого значення набуває функція $y = x^4 - 1$ на відрізку [-1; 1]?

А) 0; Б) 1; В) –1; Г) –2.

2.24 Функція $y = -3x^7 - 5x - 7$ для всіх дійсних чисел є:

А) сталою; Б) зростаючою;
В) спадаючою; Г) неспадаючою.

2.25 Для функції $y = 5x^7 + 4$ точка $x = 0$ є:

А) точкою максимуму; Б) точкою мінімуму;

В) точкою розриву; Г) критичною, але не екстремальною .

2.26 Графік функції $y = x^3 - 5x + 2$ є:

А) всюди опуклим; Б) всюди угнутим;

В) *при* x *є*$(-\infty, 0)$ *опукл.*
при x *є*$(0;\infty)$ *угн.*

Г) *при* x *є*$(-\infty, 0)$ *угн.*
при x *є*$(0;\infty)$ *опукл.*

2.27 Яка з даних функцій має вертикальні асимптоти?

А) $y=\dfrac{3}{1+x^2}$; Б) $y=e^{x-2}$; В) $y=\dfrac{x-2}{x-3}$; Г) $y=2^{\frac{1}{2+x^2}}$.

Перелік тестових завдань з розділів «Невизначений та визначений інтеграл»

3.1 Множина усіх первісних функції $y=\dfrac{3}{x^4}$ має вигляд:

А) $-\dfrac{4}{x^3}+c$; Б) $-\dfrac{2}{x}$; В) $-\dfrac{1}{x^3}+C$; Г) $-\dfrac{2}{x}+c$.

3.2 Якщо $\int f(x)dx=2e^x+3x+c$, тоді функція $f(x)$ має вигляд:

А) $2e^x$; Б) $e^{3x}+5$; В) $2e^x+3$; Г) $2e^x+\dfrac{3x^2}{2}$.

3.3Визначений інтеграл $\int\limits_1^2 6x^2dx$ дорівнює:

А) $6x^3$; Б) 15; В) 7,5; Г) 6.

3.4 Визначений інтеграл $\int\limits_0^4 12\sqrt{x}dx$ дорівнює:

А) $8x\sqrt{x}$; Б) 3; В) 28; Г) 64

3.5 За допомогою підстановки $t=4x+1$ інтеграл $\int\dfrac{dx}{\sqrt{4x+1}}$ приводиться к виду:

А) $4\int\dfrac{dt}{\sqrt{t}}$; Б) $\dfrac{1}{4}\int\dfrac{dt}{\sqrt{t}}$; В) $\int\dfrac{dx}{\sqrt{t}}$; Г) $\int\dfrac{dt}{\sqrt{t}}$.

3.6 Множина усіх первісних функції $y=x^2-5x+2$ має вигляд:

А) $2x-5+c$; Б) $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{5x^2}{2}+2x$; В) $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{5x^2}{2}+2x+c$; Г) x^3+c.

3.7 Визначений інтеграл $\int\limits_1^5\left(\dfrac{4}{x}+e^{3x}\right)dx$ за допомогою властивостей можна привести до вигляду:

А) $\int\limits_1^2\dfrac{4}{x}dx+\int\limits_2^5 e^{3x}dx$; Б) $\int\limits_5^1\left(\dfrac{4}{x}+e^{3x}\right)dx$; В) $4\int\limits_1^5\left(\dfrac{1}{x}+e^{3x}\right)dx$; Г) $4\int\limits_1^5\dfrac{dx}{x}+\int\limits_1^5 e^{3x}dx$.

3.8 Площа фігури (рис.3.1) дорівнює:

А) 8/3;   Б) 14/3;   В) 11/3;   Г) 10/3.

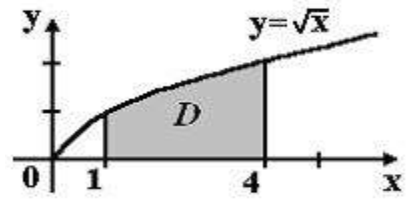

Рис.3.1

3.9 Формула інтегрування частинами у невизначеному інтегралі має вигляд:

А) $\int uvdx = \int udx \cdot \int vdx$;   Б) $\int uvdx = \int udx + \int vdx$;

В) $\int udv = uv + \int vdu$;   Г) $\int udv = uv - \int vdu$.

3.10 Яка формула для обчислення довжини дуги лінії $y = y(x)$, де $a \le x \le b$**?**

А) $\int_a^b y(x)dx$;   Б) $\int_a^b (1 + y'^2(x))dx$;

В) $\int_a^b \sqrt{1 - y'^2(x)}dx$;   Г) $\int_a^b \sqrt{1 + y'^2(x)}dx$

3.11 Площа фігури, обмеженої лініями $y = y_1(x),\ y = y_2(x),\ \ x = a,\ x = b\ (a < b)$, обчислюється за формулою:

А) $\int_a^b (y_2(x) - y_1(x))dx$;   Б) $\int (y_1(x) - y_2(x))dx$;

В) $\int_a^b \frac{y_2(x)}{y_1(x)}dx$;   Г) $\int_a^b \left|\ y_2(x) - y_1(x)\ \right|dx$.

3.12 Формула для обчислення площі поверхні тіла, утвореного при обертанні кривої $y = y(x)$, де $a \le x \le b$*, навколо вісі Ох,* має вигляд:

А) $\int_a^b y(x)dx$;   Б) $\pi\int_a^b y^2(x)dx$;

В) $2\pi\int_a^b y(x)\sqrt{1 + y'^2(x)}dx$;   Г) $\int_a^b y(x)\sqrt{1 + y'^2(x)}dx$.

3.13 Формула для обчислення об’єму тіла, утвореного при обертанні кривої $y = f(x), \quad a \le x \le b$, навколо вісі Ох має вигляд:

А) $\pi\int\limits_a^b f^2(x)dx$.

Б) $\int\limits_a^b f(x)dx$.

В) $\pi\int\limits_a^b f(x)dx$.

Г) $\int\limits_a^b \sqrt{1+f^2(x)}dx$.

Перелік тестових завдань з розділу «Диференціальні рівняння»

4.1 Загальний інтеграл диференціального рівняння 1-го порядку з відокремленими змінними $f_1(x)dx + f_2(y)dy = 0$ має вигляд:

А) $\int f_1(x)dx = -\int f_2(y)dy$;

Б) $\int \frac{dx}{f_2(y)} + \int \frac{dy}{f_1(x)} = C$;

В) $\int f_1(x)dx + \int f_2(y)dy = C$;

Г) $\int \frac{dx}{f_1(x)} + \int \frac{dy}{f_2(y)} = C$.

4.2 Який вигляд має задача Коші для диференціального рівняння 1-го порядку?

А) $y' = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0$;

Б) $y' = f(x, y), \quad y'(x_0) = y_{0_1}$;

В) $y'' = f(x, y, y'), \quad y(x_0) = y_0, \quad y'(x_1) = y_1$;

Г) $y'' = f(x, y, y'), \quad y(x_0) = y_0, \quad y'(x_0) = y_1$.

4.3 До якого типу диференціальних рівнянь 1-го порядку відноситься рівняння (2x + 1)y' + y = x :

А) лінійне;

Б) однорідне відносно змінних *x* та *y*;

В)) з відокремленими змінними;

Г) рівняння Бернуллі.

4.4 Який вигляд має загальний інтеграл рівняння $(x^2+1)y' - 4xy = 0$?

А) $\frac{y}{(x^2+1)^2} = C$;

Б) $y(x^2+1)^2 = C$;

В) $\frac{y}{x^2+1}=C$;   Г) $y+(x^2+1)^2=C$.

4.5 Який вигляд має загальний інтеграл рівняння $y'=e^{2x+y}$?

А) $\frac{1}{2}e^{2x}+e^{y}=C$;   Б) $e^{x}+e^{-y}=C$;

В) $e^{-x}+e^{y}=C$;   Г) $\frac{1}{2}e^{2x}-e^{-y}=C$.

4.6 Загальний розв'язок диференціального рівняння $y'+\frac{y}{x}=\frac{\ln x+1}{x}$ має вигляд:

А) $y=\frac{1}{x}+C$;   Б) $y=\ln x+C$;

В) $y=x^2+C$;   Г) $y=e^{x}+C$.

4.7 Серед наведених рівнянь оберіть лінійне неоднорідне диференціальне рівняння зі сталими коефіцієнтами:

А) y'' + 4y' + 25y = 0;

Б) y'' + xy' + y = 0;

В) y'' = 3y' + 2 y ;

Д) y '' -5 y ' + 6y = 20

4.8 Який вигляд має загальний розв'язок рівняння y'' - 16y = 0:

А) $y=C_1+C_2e^{-4x}$;

Б) $y=C_1e^{-2x}+C_2e^{2x}$;

В) $y=C_1e^{-4x}+C_2xe^{-4x}$;

Г) $y=C_1\sin 4x+C_2\cos 4x$.

4.9 Загальний розв'язок рівняння $y''=\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}$ має вигляд:

А) $y=\frac{4x\sqrt{x}}{3}+\ln|x|+C_1x+C_2$;

Б) $y=\sqrt{x}+\frac{1}{x}+C_1$;

В) $y=3x^{\frac{3}{2}}+\ln|x|-C_1x$;

4.10 Який вигляд має загальний розв'язок рівняння $y''+4y=0$?

А) $y=C_1\cos 2x+C_2\sin 2x$;   Б) $y=C_1+C_2e^{2x}$;

В) $y=C_1e^{2x}+C_2e^{-2x}$; Г) $y=C_1e^{2x}+C_2xe^{2x}$.

4.11 Який вигляд має загальний розв’язок рівняння $y''+6y'+9y=0$?

А) $y=C_1e^{-3x}+C_2xe^{-3x}$;

Б) $y=C_1e^{3x}+C_2e^{-3x}$;

В) $y=e^{3x}(C_1\sin 3x+C_2\cos 3x)$;

Г) $y=C_1+C_2e^{-3x}$.

4.12 Який вигляд має загальний розв’язок рівняння $y''-3y'=0$?

А) $y=e^{x}(C_1\cos 3x+C_2\sin 3x)$;

Б) $y=e^{-3x}(C_1\cos x+C_2\sin x)$;

В) $y=C_1+C_2e^{3x}$;

Г) $y=C_1e^{3x}+C_2xe^{3x}$.

Перелік тестових завдань з розділу «Ряди»

5.1 Серед рядів

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2+5n+3}{3n^2+1}\right)^2$; 2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{4n+5}{7(n+1)}$; 3. $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\cdot\ln^2 n}$.; 4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2\sqrt[3]{n^7}+n}$ 5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{5(2n+3)}$

вибрати ті, для яких виконується необхідна умова збіжності ряду $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$:

А) 1 і 2; Б) 3; В) 3 і 4; Г) 4 і 5.

5.2 Дані числові ряди

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{\sqrt[3]{n^8}+n}$; 2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2\sqrt[3]{n^8}+n}$; 3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n^2}{2n^3+5}$; 4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5n}{2n^3+7}$.

Для яких рядів під час застосування ознаки порівняння обирають еталонний ряд вигляду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$:

А) 1; Б) 2; В) 3; Г) 4.

5.3 Умова розбіжності ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ за ознакою Даламбера має вигляд:

А) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{u_n}=l\prec 1$; Б) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=l\prec 1$; В) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=l=1$; Г) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=l\succ 1$.

5.4 Знакопочережний ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \dfrac{n}{n^3+7}$

А) збігається умовно; Б) збігається абсолютно;

В) розбігається; Г) неможливо лати відповідь.

5.5 Серед числових знакопочережних рядів

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \dfrac{3n^2}{2n^3+5}$; 2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \dfrac{3n^2}{2n^2+5}$; 3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \dfrac{3n^2}{2n^4+5}$; 4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \dfrac{3n^4}{2n^3+5}$

умовно збігаються:

А) 1; Б) 2 і 4; В) 3; Г) 3 і 4.

5.6 Радіус збіжності степеневого ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3^n}{2n+5} x^n$ дорівнює:

А) $R = 3$; Б) $R = 2$; В) $R = ½$; Г) $R = 1/3$.

5.7 Ряд Маклорена для функції $f(x) = e^{2x}$ має вигляд

А) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n!}$; Б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^{2n}}{n!}$; В) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n x^n}{n!}$; Г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2x^n}{n!}$.

5.8 Ряд Маклорена для функції $f(x) = \cos x^2$ має вигляд

А) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{2n}}{(2n)!}$; Б) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{4n}}{(2n)!}$; В) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{2x^{2n}}{(2n)!}$; Г) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{(2x)^{2n}}{(2n)!}$.

5.9 Ряд Фур'є для парних періодичних функцій з періодом 2π має вигляд:

А) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_n \cos nx$; Б) $\dfrac{a_0}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_n \cos nx$;

В) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_n \sin nx$; Г) $\dfrac{a_0}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$.

5.10 Ряд Фур'є для непарних періодичних функцій з періодом 2π має вигляд:

А) $\dfrac{a_0}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$; Б) $\dfrac{a_0}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_n \cos nx$;

В) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_n \sin nx$; Г) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_n \cos nx$.

Програма модуля II

Випадкові події та випадкові величини.

Математична статистика

Тема 11. Елементи комбінаторики: розміщення, перестановки, сполучення. Класифікація подій. Означення класичної ймовірності, її властивості.
Тема 12. Основні теореми ймовірностей. Формули повної ймовірності та Байєса. Повторні випробування. Формула Бернуллі, Пуассона. Теорема Лапласа.
Тема 13. Закон розподілу і числові характеристики випадкових величин. Неперервна випадкова величин. Інтегральна та диференціальна функції розподілу. Рівномірний та нормальний закони розподілу, їх числові характеристики.
Тема 14. Ймовірність попадання нормально розподіленої випадкової величини в заданий проміжок. Правило трьох сигм. Закон великих чисел.
Тема 15. Вибірковий метод. Статистичний розподіл вибірки. Емпірична функція розподілу. Вибіркові характеристики
Тема 16. Статистичні оцінки параметрів розподілу. Методи визначення точкових статистичних оцінок. Надійна ймовірність та надійний інтервал. Статистичний критерій перевірки гіпотези. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл. Критерій згоди Пірсона.
Тема 17. Елементи кореляційно-регресійного аналізу. Вибіркове рівняння лінії регресії. Визначення параметрів вибіркового рівняння лінійної парної регресії.

Перелік тестових завдань з розділу «Випадкові події»

6.1 З урни, яка містить 4 червоних, 2 сині та 13 зелених кульок, навмання вийняли одну. Ймовірність того, що ця кулька є червоною, дорівнює:

А) $\frac{2}{19}$**;** **Б)** $\frac{13}{19}$ **;** **В)** $\frac{4}{19}$ **;** **Г)** 1.

6.2 Гральний кубик підкинули один раз. Ймовірність того, що випаде число, яке ділиться націло і на 2, і на 3, дорівнює:

А) 1/2**;** **Б)** 1/3**;** **В)** 1/6**;** **Г)** 1.

6.3 Ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове число ділиться на 17, дорівнює:

А) 17/90; Б) 5/90; В) ½; Г) 0.

6.4 Серед 15 деталей є 3 нестандартні. Ймовірність того, що дві одночасно навмання узяті деталі виявляться нестандартними, дорівнює:

А) 1/30; Б) 1/35; В) 1/10; Г) 1.

6.5 Стрілок зробив 3 постріли по мішені. Ймовірність влучення при кожному пострілі постійна і дорівнює р = 0,6. Ймовірність того, що буде лише одне влучення у мішень, дорівнює:

А) 0, 232; Б) 0,288; В) 0, 5; Г) 0.

6.6 Подія називається випадковою у даному випробуванні, якщо

А) подія обов'язково настає;

Б) подія ніколи не настає;

В) подія може настати або не настати у даному випробуванні;

Г) подія настає у половині випробувань.

6.7 Ймовірністю випадкової події називається:

А) відношення кількості сприятливих даній події ісходів до загальної кількості елементарних ісходів;

Б) відношення загальної кількості ісходів до числа сприятливих даній події ісходів;

В) кількість сприятливих даній події ісходів;

Г) загальна кількість ісходів.

6.8 Ймовірність Р(А) випадкової події *А* задовольняє наступну умову:

А) $P(A) \leq 0$;

Б) $0 \leq P(A) \leq 0$;

В) $P(A) \geq 1$;

Г) $P(A) > 1$.

6.9 Ймовірність суми подій (А + В), якщо А і В несумісні і їх імовірності дорівнюють Р(А) і Р(В), обчислюється за формулою:

А) Р(А+В) = Р(А) + Р(В) + Р(АВ);

Б) P(A+B) = P(A) + P(B);

В) P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB);

Г) P(A+B) = P(A) – P(B).

6.10 Ймовірність суми подій (A + B), якщо A і B сумісні і їх імовірності дорівнюють P(A) і P(B), обчислюється за формулою:

А) P(A+B) = P(A) – P(B).

Б) P(A+B) = P(A) + P(B);

В) P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB);

Г) P(A+B) = P(A) + P(B) + P(AB).

6.11 Ймовірність події AB, якщо A і B незалежні і їх імовірності дорівнюють P(A) і P(B), обчислюється за формулою:

А) P(AB) = P(A)P(A/B);

Б) P(AB) = P(A)P(B);

В) P(AB) = P(A)P(B/A);

Г) P(AB) = P(A)/P(B);

6. 12 Ймовірність події AB, якщо A і B залежні і їх імовірності P(A) і P(B), обчислюється за формулою:

А) P(AB) = P(A)/P(B);

Б) P(AB) = P(A)P(B);

В) P(AB) = P(A)P(B/A).

Г) P(AB) = P(A)P(A/B);

6.13 Ймовірність $P_n(k)$ того, що подія А настає *к* разів у *n* незалежних випробуваннях, за формулою Бернуллі дорівнює:

А) $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$;

Б) $P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x)$;

В) $P_n(k) \approx \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$;

Г) $P_n(k) = p^k q^{n-k}$.

6.14 Ймовірність $P_n(k)$ того, що подія А настає *к* разів у *n* незалежних випробуваннях, за формулою Пуассона дорівнює:

А) $P_n(k) = p^k q^{n-k}$;

Б) $P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x)$;

В) $P_n(k) \approx \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$;

Г) $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$.

6.15 Ймовірність $P_n(k)$ того, що подія А настає *к* разів у *n* незалежних випробуваннях, за локальною теоремою Лапласа дорівнює:

А) $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$;

Б) $P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x)$;

В) $P_n(k) \approx \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$;

Г) $P_n(k) = p^k q^{n-k}$.

Перелік тестових завдань з розділу «Випадкові величини»

7.1 Формула, що визначає інтегральну функцію розподілу випадкової величини має вигляд:

А) $F(x) = P(X < x)$;
Б) $F(x) = P(X > x)$;
В) $F(x) = P(X = x)$;
Г) $F(x) = P(X \approx x)$.

7.2 Диференціальна функція розподілу $f(x)$ характеризує :

А) тільки дискретну випадкову величину;
Б) тільки неперервну випадкову величину;
В) дискретну і неперервну випадкові величини;
Г) не є характеристикою випадкової величини.

7.3 Формула для обчислення математичного сподівання $M(X)$ дискретної випадкової величини має вигляд:

А) $M(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$;

Б) $M(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^2 p_i$;

В) $M(X) = \sum_{i=1}^{\infty} p_i$;

Г) $M(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i^2$.

7.4 Формула для обчислення математичного сподівання $M(X)$ неперервної випадкової величини має вигляд:

А) $M(X)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$;

Б) $M(X)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx$;

В) $M(X)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} xf^2(x)dx$;

Г) $M(X)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$.

7.5 Ймовірність потрапляння до заданого інтервалу нормально розподіленої випадкової величини обчислюється за формулою:

А) $P(\alpha < X < \beta) = \Phi\ (\dfrac{\beta-\alpha}{\sigma}) + \Phi\ (\dfrac{\alpha-a}{\sigma})$;

Б) $P(\alpha < X < \beta) = \Phi\ (\dfrac{\beta-\alpha}{\sigma}) / \Phi\ (\dfrac{\alpha-a}{\sigma})$;

В) $P(\alpha < X < \beta) = \Phi\ (\dfrac{\beta-\alpha}{\sigma}) - \Phi\ (\dfrac{\alpha-a}{\sigma})$;

Г) $P(\alpha < X < \beta) = \varphi\ (\dfrac{\beta-\alpha}{\sigma}) - \varphi(\dfrac{\alpha-a}{\sigma})$.

7.6 Дискретна випадкова величина задана законом розподілу

X	3	4	7	10
p	0,2	0,1	0,4	0,3

Математичне сподівання $M(X)$ випадкової величини X дорівнює:

А) 5,8;

Б) 6,5;

В) 6,8;

Г) 5,2.

7.7 Випадкова величина задана диференціальною функцією розподілу

$$f(x)=\begin{cases} 0, & при \quad x \le 0, \\ \dfrac{x}{2}, & при \quad 0 < x \le 2, \\ 0, & при \quad x > 2. \end{cases}$$

Математичне сподівання $M(X)$ випадкової величини X дорівнює:

А) 2/3;

Б) 4/3;

В) 2/5;

Г) 4/5.

Перелік тестових завдань з розділу «Математична статистика»

8.1 У таблиці наведено розподіл за віком відпочиваючих в один з літніх місяців у дитячому спортивному таборі:

Вік у роках	8	9	10	11	12	13
Кількість відпочиваючих	5	2	6	2	3	2

Середнє вибіркове значення віку відпочиваючих дорівнює:

А) 10,1;

Б) 12,1;

В) 11,1;

Г) 13,1.

8.2 Статистичною оцінкою θ^* параметра θ випадкової величини називається:

А) будь-яка функція $\theta^* = \theta_n^*(X_1, X_2, ..., X_n)$ результатів спостережень над випадковою величиною X, за допомогою якої судять про значення параметра θ;
Б) будь-який результат спостережень;
В) величина, яка не залежить від результатів спостережень;
Г) деяка стала.

8.3 Точкова статистична оцінка θ^* параметра θ називається незміщеною, якщо

А) $M\left(\theta^*\right) = \theta$;

Б) $M(\theta^*) \neq \theta$;

В) $M(\theta^*) \leq \theta$;

Г) $M(\theta^*) \geq \theta$.

8.4 Незміщеною оцінкою генеральної середньої є

А) вибіркова середня;

Б) вибіркова дисперсія;

В) мода;

Г) медіана.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1 Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. – М.: Наука, 1975.

2 Привалов И.И. Аналитическая геометрия. – М.: Наука, 1966.

3 Овчинников П.Ф., Яремчук Ф.П., Михайленко В.М. Высшая математика / Под ред. П.Ф. Овчинникова – К.: Высш. Шк., 2001.

4 Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов: в 2 т. – М.: Наука, 1985.

5 Аршава О.О., Іохвідович Н.Ю., Щелкунова Л.І. «Вища математика». Тексти лекцій, ч.1, ХНУБА, 2014.

6 Аршава О.О., А.П., Щелкунова Л.І. «Вища математика». Тексти лекцій, ч.2, ХНУБА, 2016.

7 Аршава О.О., Харченко А.П., Щелкунова Л.І. Теорія ймовірностей. навчально-методичний посібник.–Х.: ХНУБА, 2017.

8 Аршава О.О., Харченко А.П., Щелкунова Л.І. Практикум з розділу «Математична статистика»: навчально-методичний посібник.–Х.: ХНУБА, 2017.

9 Щелкунова Л.И, Стасенко А.Н., Лысянская А.В. Методические указания к выполнению заданий модуля «Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной», ХНУСА, 2013.

10 Лисянская А.В., Щелкунова Л.И., Бабаєва Е.В. Методические указания к выполнению заданий модуля «Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия на плоскости», ХНУСА, 2012.

11 Іохвидович Н.Ю., Є.В. Поклонський, Р.В. Посилаєва. Методичні вказівки та завдання до виконання модуля «Невизначений та визначений інтеграли. Диференціальні рівняння», ХНУБА, 2013.

ЗМІСТ

Навчальне видання

Методичні вказівки до індивідуальної роботи з дисципліни «Вища та прикладна математика» для студентів спеціальностей 281 «Публічне управління та адміністрування», 073 «Менеджмент».

Укладач ЩЕЛКУНОВА Любов Іванівна

Роботу до видання рекомендував Аршава О.О.

Редактор В.І. Пуцик

План 2019 р., поз.186	Формат 60х84 1/16.	Папір друк. №2.
Підп. до друку 20.11.18	Обл.-вид. арк. 1,0	Умов .друк. арк. 1,1
Тираж 50 прим.	Зам. № 5456	

ХНУБА, Україна, 61002, Харків, вул. Сумська, 40

Підготовлено та надруковано РВВ Харківського національного університету будівництва та архітектури